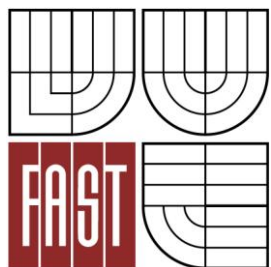




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

STATICKÁ ANALÝZA SPOJE DŘEVĚNÉ KONSTRUKCE

STATIC ANALYSIS OF ONE JOINT OF TIMBER STRUCTURE

DIPLOMOVÁ PRÁCE
DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

BC. PETR SEDLÁK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ KYTÝR, CSc.

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. Petr Sedlák
Název	Statická analýza spoje dřevěné konstrukce
Vedoucí diplomové práce	doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.
Datum zadání diplomové práce	31. 3. 2014
Datum odevzdání diplomové práce	16. 1. 2015
V Brně dne 31. 3. 2014	

.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

- [1] Bittnar, Z., Šejnoha, J. Numerické metody mechaniky 1, 2. Vydavatelství ČVUT, Praha: 1992.
- [2] Jirásek, M., Zeman, J. Přetváření a porušování materiálů. Dotvarování, plasticita, lom a poškození. Nakladatelství ČVUT, Praha: 2006.
- [3] Kolář, V., Němec, I., Kanický, V. FEM – Principy a praxe metody konečných prvků. Vydavatelství Computer Press, Praha: 1997.
- [4] Servít, R. a kol. Teorie pružnosti a plasticity I, II. SNTL/ALFA, Praha: 1981, 1984.
- [5] Straka, B. Navrhování dřevěných konstrukcí. Skriptum, CERM, Brno: 1996.
- [6] Theory Reference – ANSYS, release 14.0.

Zásady pro vypracování

Na základě získaných experimentálních údajů proveďte numerickou analýzu spoje dřevěné střešní konstrukce při statickém namáhání. Numerické 3D modely vytvořte v programovém systému ANSYS. Proveďte výběr vhodného konečného prvku pro co nejvěrnější vystižení fyzikálních experimentů. Při analýze respektujte různé typy spojovacích prvků s uvažováním specifických vlastností materiálů používaných u dřevěných konstrukcí.

Předepsané přílohy

Licenční smlouva o zveřejňování vysokoškolských kvalifikačních prací

.....
doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.
Vedoucí diplomové práce



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

POPISNÝ SOUBOR ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Vedoucí práce	doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.
Autor práce	Bc. Petr Sedlák
Škola	Vysoké učení technické v Brně
Fakulta	Stavební
Ústav	Ústav stavební mechaniky
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Název práce	Statická analýza spoje dřevěné konstrukce
Název práce v anglickém jazyce	Static analysis of one joint of timber structure
Typ práce	Diplomová práce
Přidělovaný titul	Ing.
Jazyk práce	Čeština
Datový formát elektronické verze	.pdf
Anotace práce	Diplomová práce se zabývá numerickým modelováním hřebíkového spoje dřevěné střešní konstrukce a vychází z již realizovaného fyzikálního experimentu. Celkem je vytvořeno dvanáct různých variant řešení, ve kterých se mění materiálové vlastnosti smrkového dřeva i ocelových součástí. Výsledné hodnoty posunutí spoje získané numerickým modelováním jsou porovnány s výsledky z fyzikálního experimentu. Je využit programový systém ANSYS.
Anotace práce v anglickém jazyce	This diploma thesis deals with the numerical modeling of the nail joint of the timber roof structure and it is based on the already realized physical experiment. Totally twelve various solutions, where the isotropic and ortotropic characteristics of the spruce timber and steel components change, have been created. The final values of the joint shift obtained by using of the numerical modeling are compared with results of physical experiment. Program system ANSYS is used.
Klíčová slova	Smrkové dřevo, ocelový plech, hřebík, izotropie, ortotropie, numerický model, spoj, materiálový model, plasticita, kontakty, statika, ANSYS
Klíčová slova v anglickém jazyce	Spruce timber, steel plate, nail, isotropy, ortotropy, numerical model, joint, material model, plasticity, contacts, statics, ANSYS

Bibliografická citace VŠKP

Bc. Petr Sedlák *Statická analýza spoje dřevěné konstrukce*. Brno, 2015. 103 s.
Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební
mechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá numerickým modelováním hřebíkového spoje dřevěné střešní konstrukce a vychází z již realizovaného fyzikálního experimentu. Celkem je vytvořeno dvanáct různých variant řešení, ve kterých se mění materiálové vlastnosti smrkového dřeva i ocelových součástí. Výsledné hodnoty posunutí spoje získané numerickým modelováním jsou porovnány s výsledky z fyzikálního experimentu. Je využit programový systém ANSYS.

Klíčová slova

Smrkové dřevo, ocelový plech, hřebík, izotropie, ortotropie, numerický model, spoj, materiálový model, plasticita, kontakty, statika, ANSYS

Abstract

This diploma thesis deals with the numerical modeling of the nail joint of the timber roof structure and it is based on the already realized physical experiment. Totally twelve various solutions, where the isotropic and ortotropic characteristics of the spruce timber and steel components change, have been created. The final values of the joint shift obtained by using of the numerical modeling are compared with results of physical experiment. Program system ANSYS is used.

Keywords

Spruce timber, steel plate, nail, isotropy, ortotropy, numerical model, joint, material model, plasticity, contacts, statics, ANSYS

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 15. 1. 2015

.....
podpis autora
Bc. Petr Sedlák

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

Prohlášení:

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 15. 1. 2015

.....
podpis autora
Bc. Petr Sedlák

Poděkování:

Tímto bych rád poděkoval panu doc. Ing. Jiřímu Kytýrovi, CSc. za odborné vedení, cenné rady, trpělivost a ochotu, kterou mi při zpracování této diplomové práce věnoval.

Dále bych rád poděkoval své rodině, především rodičům, kteří mi po celou dobu studia byli velikou oporou a poskytovali potřebné zázemí během studia.

Obsah

1. Úvod	3
1.1. Cíle diplomové práce	3
1.2. Vývoj spojování dřevěných konstrukcí	4
2. Hřebíkové spoje	10
2.1. Spoje typu dřevo – dřevo	10
2.1.1. Příčná únosnost jednostřížných a dvojstřížných spojů	10
2.1.2. Rozteče a osově vzdálenosti	12
2.1.3. Pevnost v otlačení stěny otvoru a moment kluzu	13
2.2. Spoje typu ocel – dřevo	14
2.3. Posunutí hřebíkových spojů	15
3. Materiálové vlastnosti	17
3.1. Izotropie	17
3.2. Ortotropie	18
3.3. Anizotropie	20
3.4. Materiálová nelinearita	21
3.4.1. Plastické chování	21
3.4.2. Ideálně pružnoplastický model	24
3.4.3. Tuhoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním	25
3.4.4. Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním ..	26
3.4.5. Pružnoplastický model s lineárním izotropním zpevněním	28

3.5.	Hertzovo kontaktní napětí	29
3.5.1.	Kontakt dvou koulí	29
3.5.2.	Kontakt dvou válců s rovnoběžnými osami	30
4.	Analýza jednoduchých případů chování materiálu	32
4.1.	Použité konečné prvky	32
4.2.	Chování izotropního materiálu	34
4.3.	Chování ortotropního materiálu	40
4.4.	Určení napětí při otláčení	46
5.	Statická analýza spoje dřevěné konstrukce	51
5.1.	Geometrie spoje s tenkými plechy a hřebíky	52
5.2.	Numerický model spoje	53
5.3.	Použité materiálové vlastnosti	57
5.4.	Různé varianty použitých materiálových modelů	59
5.4.1.	Varianty V1 – V4	60
5.4.2.	Varianty V5 – V12	73
5.5.	Zhodnocení výsledků	95
6.	Závěr	98
7.	Použitá literatura	100
8.	Seznam symbolů.	102

1. Úvod

V úvodu diplomové práce je uveden vývoj spojování dřevěných konstrukcí, kde je pojednáno o vybraných spojovacích prostředcích kolíkového typu. Pro modelování byl jako vhodný spojovací prostředek vybrán hřebík.

Tato práce se podrobněji zabývá hřebíkovým spojem s vkládanými tenkými styčnickovými plechy. Celkem bylo vytvořeno dvanáct různých variant spoje dřevěné konstrukce v programovém systému ANSYS. V numerickém modelu byly použity objemové konečné prvky a kontaktní prvky. Měnily se materiálové vlastnosti dřevěného tělesa i ocelových plechů a hřebíků. Smrkové dřevo s pevnostní třídou C16 bylo modelováno jako izotropní a ortotropní materiál. V některých případech řešení byl použit pružnoplastický materiálový model s lineárním izotropním zpevněním se zahrnutou Misesovou nebo Hillovou podmínkou plasticity, kde se měnila hodnota meze kluzu smrkového dřeva. Ocelové tenké plechy byly modelovány jako izotropní materiál a v některých variantách se použil pružnoplastický materiálový model s lineárním izotropním zpevněním s uvažováním Misesovy podmínky plasticity.

Podkladem pro numerickou studii je experiment realizovaný v rámci disertační práce *Analýza spojů dřevěných konstrukcí s vkládanými styčnickovými plechy* [10], kterou vypracoval Ing. Zdeněk Vejpustek, Ph.D.

1.1. Cíle diplomové práce

Hlavním cílem diplomové práce bylo na základě experimentálních údajů provést numerickou analýzu spoje dřevěné konstrukce. Dalšími dílčími cíly bylo:

- zabývat se různými typy spojovacích prostředků a zohlednit specifické vlastnosti materiálů používaných u dřevěných konstrukcí,
- zpracovat 3D numerické modely v programovém systému ANSYS,
- vytvořit různé varianty materiálových modelů pro vybraný dřevěný spoj,
- zvolit vhodný konečný prvek pro co nejvěrnější vystižení fyzikálního experimentu.

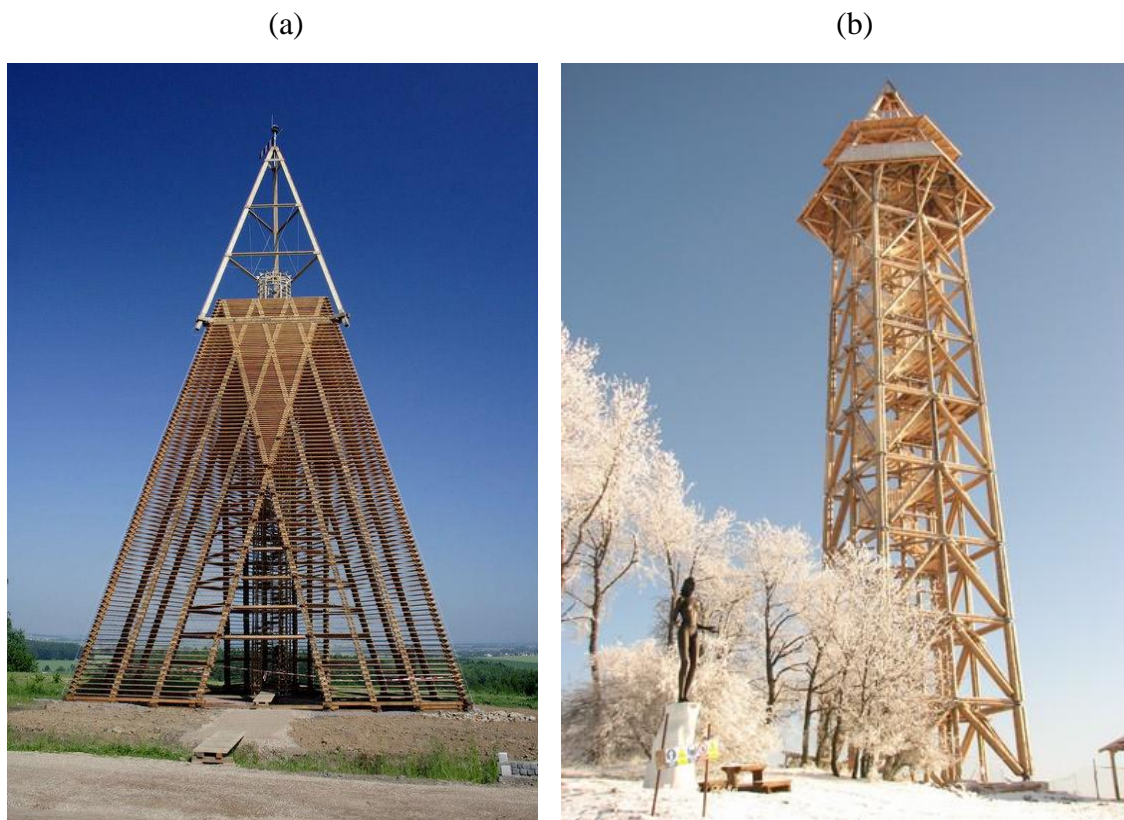
Snahou bylo se co nejvíce přiblížit grafu závislosti posunu spoje na tahové síle F získaného z fyzikálního experimentu. Jednotlivé výsledky variant byly s tímto grafem porovnány.

1.2. Vývoj spojování dřevěných konstrukcí

Dřevěné spoje jsou při návrhu nejdůležitější součástí konstrukcí, proto je nutné se zabývat problematikou těchto spojů, jejich návrhem a modelováním. V mnohých případech jsou spoje elegantním doplňkem stavby.

V České republice je několik dřevěných konstrukcí, které díky svým spojům stojí za povšimnutí. Jednou z unikátních konstrukcí tvaru trojbokého komolého jehlanu je rozhledna Bára nedaleko Chrudimi ve východních Čechách. Rozhledna má půdorys rovnostranného trojúhelníku o straně 13,8 m a výšce 29,8 m (obr. 1.1a). Stavba je výjimečná tím, že je zhotovena s minimem nezbytných pevných spojů [31].

Technologicky náročnou a obdivuhodnou stavbou je rozhledna Bohdanka u obce Bohdaneč v okrese Kutná Hora (obr. 1.1b). Jedná se o konstrukci s půdorysem 8 x 8 m a výškou 52,2 m. Jednotlivá patra jsou vzájemně spojena předepnutými šrouby umístěnými na přírubách ocelových svařovaných styčnickových elementů (obr. 1.8). Nejvyšší vyhlídka je ve výšce 42 m [24].



Obr. 1.1 Rozhledna: (a) Bára s minimem spojovacích prostředků [17],
(b) Bohdanka se svorníkovými spoji [23]

Ve světě je elegantní stavbou dřevěná konstrukce zastřešení centra Georges Pompidou – Metz v Paříži (obr. 1.2 a obr 1.3). Konstrukce zastřešení se skládá z vícevrstevných křížicích se pásů, které jsou vyrobeny z lamelových nosníků [22]. Spojení nosníků je provedeno pomocí předpjatých závitových tyčí a talířových pružin. Celková plocha zastřešení činí 8000 m². Výška konstrukce je 75 m a hmotnost přibližně 650 tun.



Obr. 1.2 Dřevěná konstrukce zastřešení centra Georges Pompidou – Metz [22]

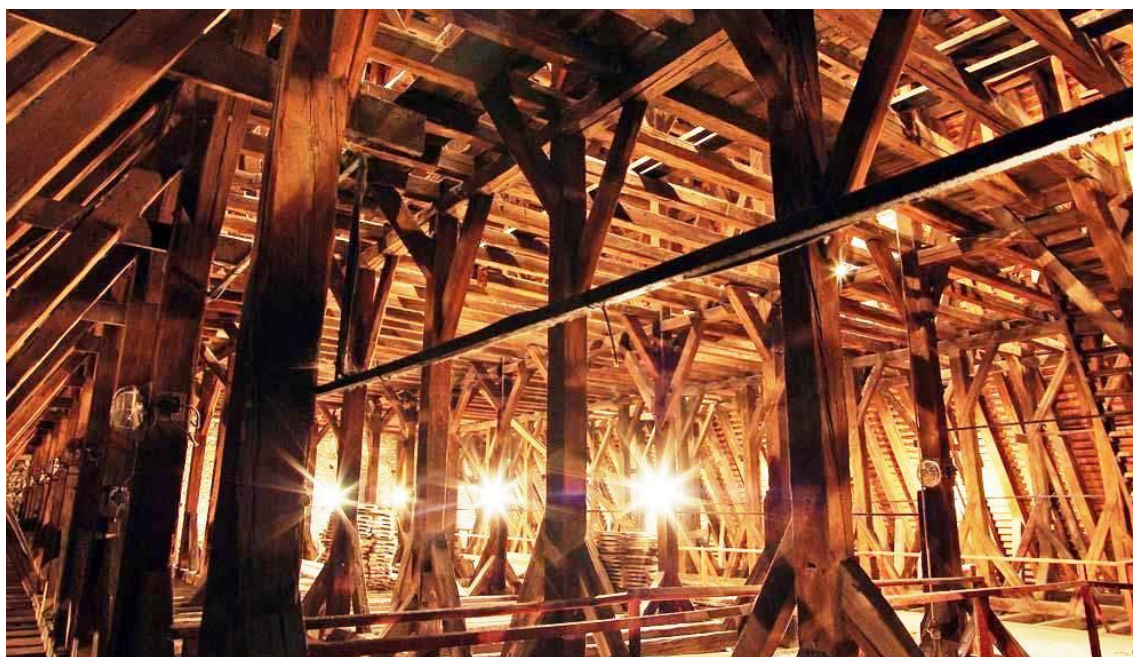


Obr. 1.3 Detailní pohled na konstrukci zastřešení centra Georges Pompidou – Metz, lepené nosníky [21]

Historie spojů dřevěných spojů sahá až do pravěku. První spoje ze dřeva byly provedeny většinou svázáním (obr. 1.4), jelikož v této době nebylo tak dokonalé nářadí aby umožnilo lepší opracování dřeva. Tyto spoje se dochovaly pouze v podobě archeologických nálezů [15].



Obr. 1.4 Historický krov neolitického domu – Březno u Loun [32]



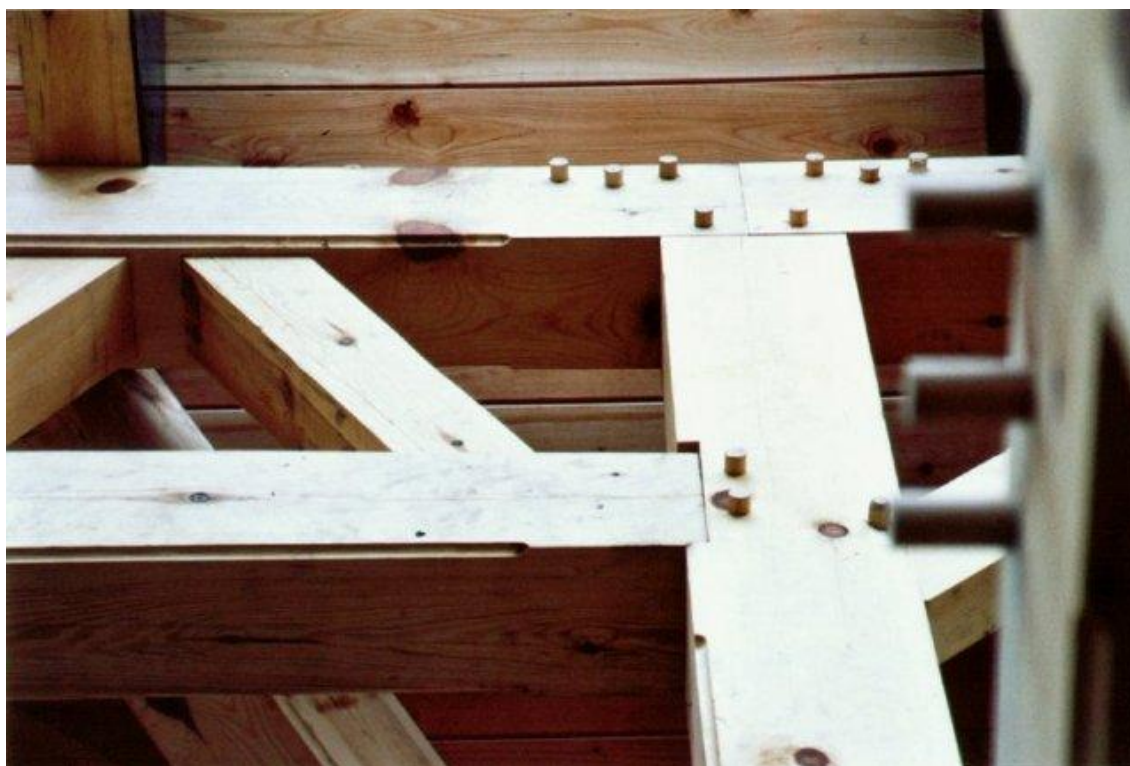
Obr. 1.5 Historický krov – Slovensko [25]

Spoje dřevěných konstrukcí se rozdělují podle tuhosti na spoje poddajné a nepoddajné. Do poddajných spojů se zahrnují například hřebíkové, svorníkové, kolíkové nebo tesařské spoje, mezi nepoddajné patří lepené spoje [18].

Nejstaršími dochovanými spoji jsou tesařské spoje, kam patří třeba přeplátování, zapuštění, osedlání či kampování. Poslední dobou se od nich upouští, a to z důvodu

pracnosti při provádění a oslabování průřezu. Vyznačují se velkou pracností a zručností, dnes se používají pouze na klasické krovy (obr. 1.5). Nahrazují se moderními mechanickými spoji s kombinací dřeva a oceli, které se vyznačují velkou únosností a tuhostí.

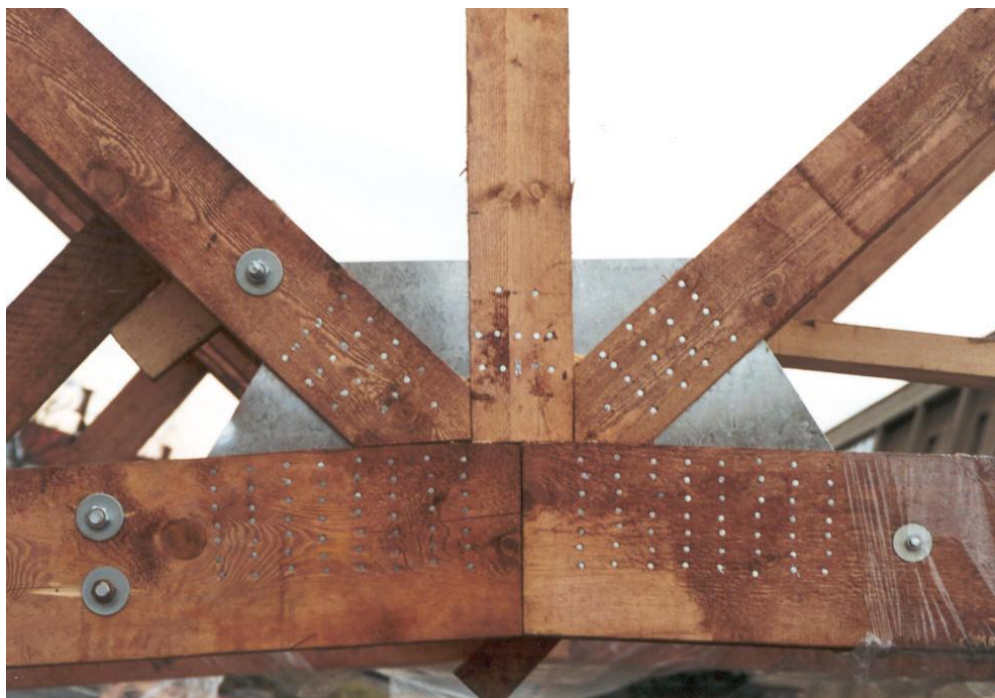
Mezi tradiční spojovací prostředky se řadí dřevěné kolíky neboli hmoždinky (obr. 1.6). Jsou vyrobeny z tvrdého dřeva, například z bílého dubu nebo akátu. Průměr kolíku se pohybuje okolo 1" (25,4 mm). V případě, že kolík neslouží k fixaci prvku, ale má za úkol také přenášet smyk, bývá jeho průměr 1,5" (38,1 mm). Kolíky se sice v dnešní době nahradili ocelovými spojovacími prostředky a styčnickovými plechy, ale v některých odůvodněných případech je lze použít i dnes [27].



Obr. 1.6 Kolíkový spoj [27]

Na hřebíkové spoje se nejčastěji používají ocelové stavební hřebíky s hladkým dříkem kruhového průřezu se zápusťou mřížkovanou hlavou, které se vyrábějí z ocelového drátu. Hřebíky se zarážejí do dřeva ručně nebo přenosnými pneumatickými hřebíkovačkami. Mají se zarážet kolmo ke směru vláken dřeva a do takové hloubky aby lícovali s povrchem dřeva [20]. Na obr. 1.7 je ukázán hřebíkový spoj s vkládanými styčnickovými plechy použitý na sportovní hale v Bílovci.

Svorníkové spoje jsou spoje kolíkového typu, které jsou opatřeny podložkami a maticemi. Na rozdíl od kolíkových spojů, kde je průměr kolíku stejný jako průměr otvoru, se průměr předvrtaného otvoru zvětšuje o 1 mm. Průměr svorníku se obvykle používá od 10 do 24 mm. Zajímavým zástupcem svorníkových spojů (obr. 1.8) je již zmíněná rozhledna Bohdanka.



Obr. 1.7 Hřebíkový spoj se styčnickovými plechy – sportovní hala v Bílovci [7]



Obr. 1.8 Svorníkové spoje – rozhledna Bohdanka [16]

Dalším typem spojů, ze kterých lze navrhnout pohledné konstrukce jsou lepené spoje (obr. 1.3). Mohou vytvářet staticky výhodné tvary nosníků bez spojovacích prostředků, které by mohly narušit jejich estetický vzhled a jsou prakticky nerozebíratelné [29].

Dnes je velký rozvoj mechanických spojů se vkládanými styčnickovými plechy nebo plechy s ocelovými trny. Tyto spoje se vyznačují dobrou statickou únosností a vysokou tuhostí. Jedná se o spoje typu Gang – Nail, Multi – Krallen – Dübel a další.

Spoje Gang – Nail jsou tvořeny deskami s prolisovanými trny nejčastěji z pozinkovaných nebo nerezových plechů tloušťky od 1,0 do 2,0 mm (obr. 1.9). Technologie těchto spojů umožňuje návrh a výrobu libovolných tvarů vazníků.



Obr. 1.9 Gang – Nail [19]

Spoje Multi – Krallen – Dübel jsou vyrobeny pomocí spojovacích desek, které jsou tvořeny ocelovými styčnickovými plechy tloušťky 10 mm s oboustranně přivařenými hřebíky délky 50 mm (obr. 1.10). Oproti spojům Gang – Nail se tyto spoje liší neviditelností spojovacích prostředků a neomezeným maximálním rozpětím [26].



Obr. 1.10 Multi – Krallen – Dübel [26]

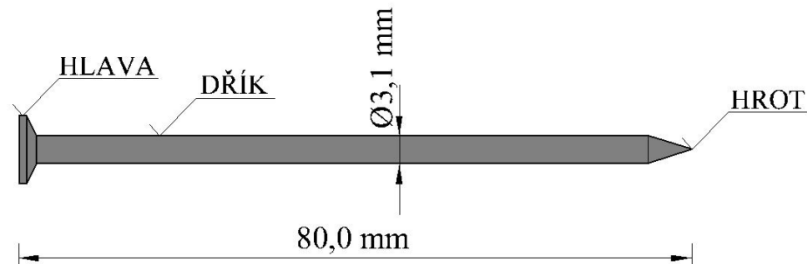
Z tohoto rozboru je zřejmé, že se numerické modely jednotlivých spojovacích prostředků kolíkového typu dají považovat za podobné. Proto je z důvodu rozsáhlosti práce vybrán hřebík jako nejpoužívanější spojovací prostředek, a na vybraném hřebíkovém spoji provedena numerická analýza.

2. Hřebíkové spoje

Hřebíkové spoje se rozdělují podle počtu střížných ploch na jednostřížné a víceštížné, a také na spoje dřevo – dřevo, ocel – dřevo a deska – dřevo.

2.1. Spoje typu dřevo – dřevo

Ve spojích dřevěných konstrukcí se nejčastěji používají hřebíky s hladkými dříky kruhového průřezu (obr. 2.1) [20].



Obr. 2.1 Stavební hřebík délky 80 mm

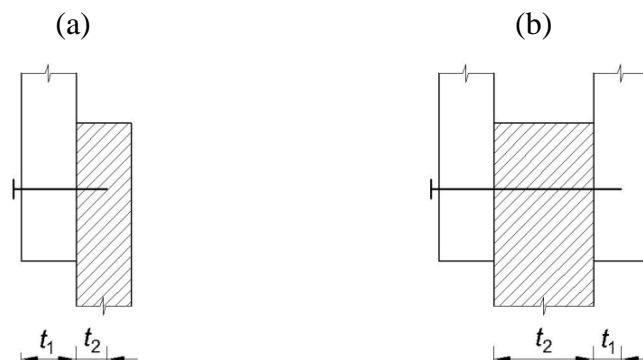
Hřebíky se vyrábějí se s minimální pevností v tahu 600 MPa. Rozdělují podle způsobu namáhání na:

- příčně namáhané (kladou odpor vzájemnému posunutí spojovaných prvků podél spáry), dále se dělí na jednostřížné a víceštížné,
- namáhané na vytažení (kladou odpor vzájemnému oddálení spojovaných prvků).

2.1.1. Příčná únosnost jednostřížných a dvojitřížných spojů

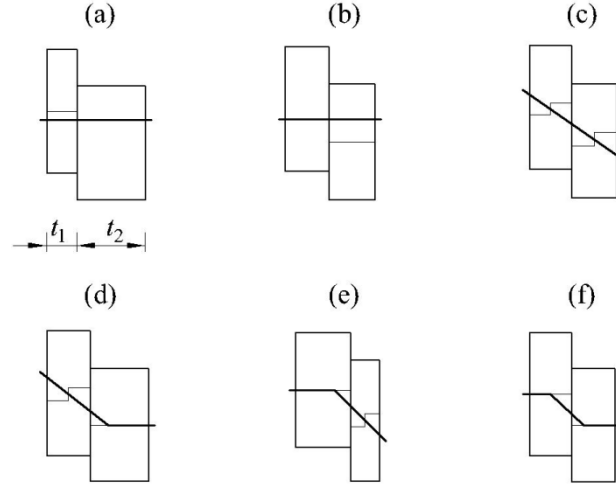
Příčná únosnost se stanoví dle vzorců vycházející z normy ČSN EN 1995-1-1 [11]. Na obr. 2.2 jsou znázorněny spoje, kde jednotlivé tloušťky představují pro:

- jednostřížné spoje – t_1 je tloušťka dřeva na straně hlavy hřebíku,
– t_2 je hloubka zaražení konce hřebíku,
- dvojitřížné spoje – t_1 je menší hodnota z tloušťky dřeva na straně hlavy a hloubky zaražení konce hřebíku,
– t_2 je tloušťka středního prvku.

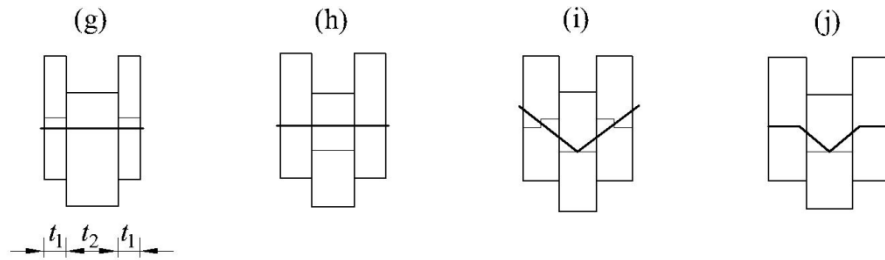


Obr. 2.2 Spoje: (a) jednostřížný spoj, (b) dvojitřížný spoj

Příčná únosnost spojovacích prostředků kolíkového typu je dána jejich ohybovou tuhostí a pevností dřeva v otláčení pod dríkem spojovacího prostředku. Na obr. 2.3 jsou uvedeny různé způsoby porušení jednostřížných spojů a na obr. 2.4 dvojstřížných spojů [3].



Obr. 2.3 Způsoby porušení spojů kolíkového typu - jednostřížné spoje



Obr. 2.4 Způsoby porušení spojů kolíkového typu - dvojstřížné spoje

Charakteristická únosnost jednoho spojovacího prostředku se určí jako minimální hodnota, pro jednostřížné a dvojitostřížné spoje ze vztahů [2]:

- jednostřížné spojovací prostředky

$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{1 + \beta} \left[\sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left(1 + \left(\frac{t_2}{t_1} \right) \right) \right] + \frac{F_{a,Rk}}{4} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \left[2\beta (1 + \beta) + \frac{4\beta (1 + 2\beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2} - \beta \right] + \frac{F_{a,Rk}}{4} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_2 d}{2 + \beta} \left[2\beta^2 (1 + \beta) + \frac{4\beta (1 + 2\beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_2^2} - \beta \right] + \frac{F_{a,Rk}}{4} \\ 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} + \frac{F_{a,Rk}}{4} \end{cases} \quad (2.1)$$

- dvojstřížné spojovací prostředky

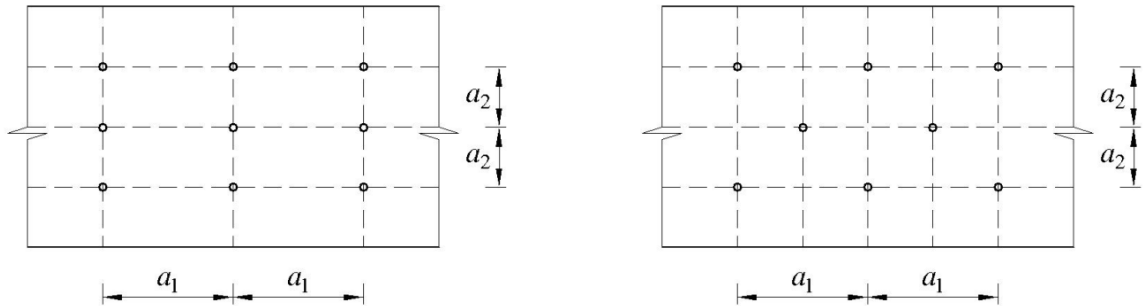
$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} f_{h,1,k} t_1 d \\ 0,5 f_{h,2,k} t_2 d \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \left[2\beta (1 + \beta) + \frac{4\beta (1 + 2\beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \end{cases} \quad (2.2)$$

kde $F_{v,Rk}$ je charakteristická únosnost jednoho stříhu jednoho spojovacího prostředku, t_i je tloušťka dřeva nebo hloubka vniku, f_{hi} je charakteristická pevnost v otláčení, d je průměr spojovacího prostředku, $M_{y,Rk}$ je charakteristický plastický moment únosnosti, $F_{ax,Rk}$ je charakteristická osová únosnost na vytažení spojovacího prostředku a β je poměr mezi pevnostmi v otláčení prvků a vypočítá se

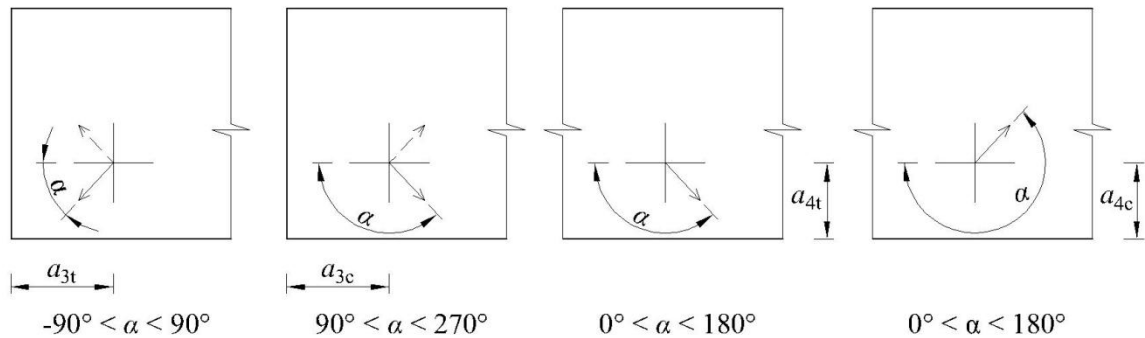
$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}}. \quad (2.3)$$

2.1.2. Rozteče a osově vzdálenosti

Otvory pro hřebíky se předvrtávají, pokud charakteristická hodnota dřeva překročí 500 kg/m^3 a při průměru hřebíku větším než 8 mm [2]. V nosném spoji je nutno použít minimálně čtyř hřebíků. Minimální rozteče hřebíků a jejich rozmístění je znázorněno na obr. 2.5, vzdálenosti hřebíků od krajů a konců jsou patrné z obr. 2.6. Vztahy pro výpočet požadovaných vzdáleností jsou uvedeny v tab. 2.1.



Obr. 2.5 Rozteče rovnoběžně a kolmo k vláknům



Obr. 2.6 Vzdálenosti od okrajů a konců

Tab. 2.1 Minimální rozteče a vzdálenosti od krajů a konců pro hřebíky [11]

Rozteče nebo vzdálenosti	Úhel α	Minimální rozteče nebo vzdálenosti od konců/krajů		
		bez předvrtaných otvorů		s předvrtanými otvory
		$\rho \leq 420 \text{ kg/m}^3$	$420 \text{ kg/m}^3 < \rho \leq 500 \text{ kg/m}^3$	
rozteč a_1 (rovnoběžně s vlákny)	$0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$d < 5\text{mm}$: $(5+5 \cos\alpha)d$ $d > 5\text{mm}$: $(5+7 \cos\alpha)d$	$(7+8 \cos\alpha)d$	$(4+ \cos\alpha)d$
rozteč a_2 (kolmo k vláknům)	$0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$5d$	$7d$	$(3+ \sin\alpha)d$
vzdálenost $a_{3,t}$ (zatížený konec)	$(-90^\circ) \leq \alpha \leq 90^\circ$	$(10+5 \cos\alpha)d$	$(15+5 \cos\alpha)d$	$(7+5 \cos\alpha)d$
vzdálenost $a_{3,c}$ (nezatížený konec)	$90^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$	$10d$	$15d$	$7d$
vzdálenost $a_{4,t}$ (zatížený okraj)	$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$	$d < 5\text{mm}$: $(5+2 \sin\alpha)d$ $d > 5\text{mm}$: $(5+5 \sin\alpha)d$	$d < 5\text{mm}$: $(7+2 \sin\alpha)d$ $d > 5\text{mm}$: $(7+5 \sin\alpha)d$	$d < 5\text{mm}$: $(3+2 \sin\alpha)d$ $d > 5\text{mm}$: $(3+4 \sin\alpha)d$
vzdálenost $a_{4,c}$ (nezatížený okraj)	$180^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$5d$	$7d$	$3d$

2.1.3. Pevnost v otláčení stěny otvoru a moment kluzu

Pro průměry hřebíků do 8 mm doporučuje ČSN EN 1995-1-1 [11] nezávisle na úhlu mezi směrem síly a směrem vláken charakteristické hodnoty pevnosti v otláčení stěny otvoru:

- pro nepředvrtané dřevěné prvky

$$f_{h,k} = 0,082 \rho d^{-0,3} \quad (2.4)$$

- pro předvrtané dřevěné prvky

$$f_{h,k} = 0,082 (1 - 0,01 d) \rho \quad (2.5)$$

kde ρ je charakteristická hustota [kgm^{-3}] a d průměr hřebíku [m].

Pro obvyčejné hřebíky s hladkým dřívem a minimální pevností v tahu 600 MPa se moment kluzu stanoví podle tvaru průřezu [2]. Vypočítá se

- pro hřebíky s kruhovým průřezem

$$M_{y,k} = 180 d^{2,6}, \quad (2.6)$$

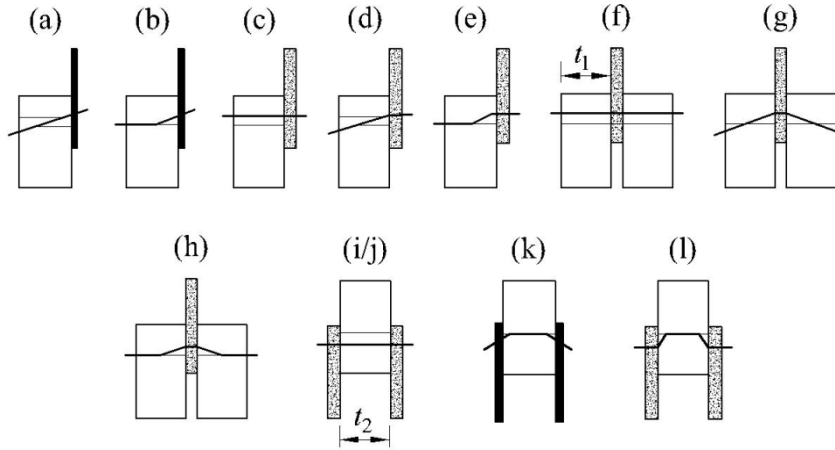
- pro hřebíky se čtvercovým průřezem

$$M_{y,k} = 270 d^{2,6}, \quad (2.7)$$

kde d je pro kruhové hřebíky průměr a pro čtvercové hřebíky délka strany [m].

2.2. Spoje typu ocel – dřevo

Charakteristická únosnost spoje je závislá na tloušťce ocelových desek [2]. Tenké desky se označují jako desky s tloušťkou menší nebo rovnou $0,5 d$, naopak za tlusté ocelové desky lze považovat desky o tloušťce větší nebo rovné d s tolerancí rozměru díry menší než $0,1 d$. Na obr. 2.7 jsou znázorněny způsoby porušení pro spoje typu ocel – dřevo.



Obr. 2.7 Způsoby porušení pro spoje ocel – dřevo

Charakteristická únosnost jednoho spojovacího prostředku se určí podle tloušťky ocelové desky a typu spoje (jednostřížný nebo dvojstřížný) jako minimální hodnota ze vztahů [11]:

- pro jednostřížně namáhanou tenkou ocelovou desku (obr. 2.7 a, b)

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ 0,4 f_{hk} t_1 d, 1,15 \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{hk} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \right\}, \quad (2.8)$$

- pro jednostřížně namáhanou tlustou ocelovou desku (obr. 2.7 c, d, e)

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{aligned} & f_{hk} t_1 d \left[\sqrt{2 + \frac{4 M_{y,Rk}}{f_{hk} d t_1^2}} - 1 \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ & 2,3 \sqrt{M_{y,Rk} f_{hk} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ & f_{hk} t_1 d, \end{aligned} \right. \quad (2.9)$$

- pro ocelovou desku libovolné tloušťky jako střední prvek dvojstřížného spoje (obr. 2.7 f, g, h)

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{aligned} & f_{h,1,k} t_1 d \\ & f_{h,1,k} t_1 d \left[\sqrt{2 + \frac{4 M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - 1 \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \\ & 2,3 \sqrt{M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4}, \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

- pro tenké ocelové desky jako vnější prvky dvojstřížných spojů (obr. 2.7 j, k)

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ 0,5 f_{h,2,k} t_2 d, 1,15 \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,2,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \right\}, \quad (2.11)$$

- pro tlusté ocelové desky jako vnější prvky dvojstřížných spojů (obr. 2.7 l, m)

$$F_{v,Rk} = \min \left\{ 0,5 f_{h,2,k} t_2 d, 2,3 \sqrt{M_{y,Rk} f_{h,2,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \right\}, \quad (2.12)$$

kde $F_{v,Rk}$ je charakteristická únosnost pro jeden stříh jednoho spojovacího prostředku, t_1 je menší tloušťka krajního dřevěného prvku nebo hloubka vniku, t_2 je tloušťka středního dřevěného prvku, f_{hk} je charakteristická pevnost v otláčení, d je průměr spojovacího prostředku, $M_{y,Rk}$ je charakteristický plastický moment únosnosti a $F_{ax,Rk}$ je charakteristická osová únosnost na vytažení spojovacího prostředku [11].

Pro spoje ocel – dřevo jsou minimální rozteče hřebíků násobeny součinitelem 0,7. Vzdálenosti konců a okrajů jsou stejné jako v tab. 2.1.

2.3. Posunutí hřebíkových spojů

Stejně jako u mechanických spojů se spojovacími prostředky se i hřebíkové spoje posunují. Posunutí dvojstřížného spoje při smykové zkoušce tahem je znázorněno pracovním diagramem na obr. 2.8, kde F_{ser} je provozní zatížení, u_{inst} je pružné počáteční posunutí a F_{max} charakterizuje maximální hodnotu zatížení.

Při provozním zatížení dochází k pružnému počátečnímu posunutí. Stanoví se na základě počátečního modulu posunutí K_{ser} , který se rozděluje na [2]:

- dřevo s předvrtanými otvory

$$K_{ser} = \rho^{1,5} \frac{d}{25}, \quad (2.13)$$

- dřevo s nepředvrtanými otvory

$$K_{ser} = \rho^{1,5} \frac{d^{0,8}}{25}, \quad (2.14)$$

kde ρ je charakteristická hustota a d je průměr hřebíku.

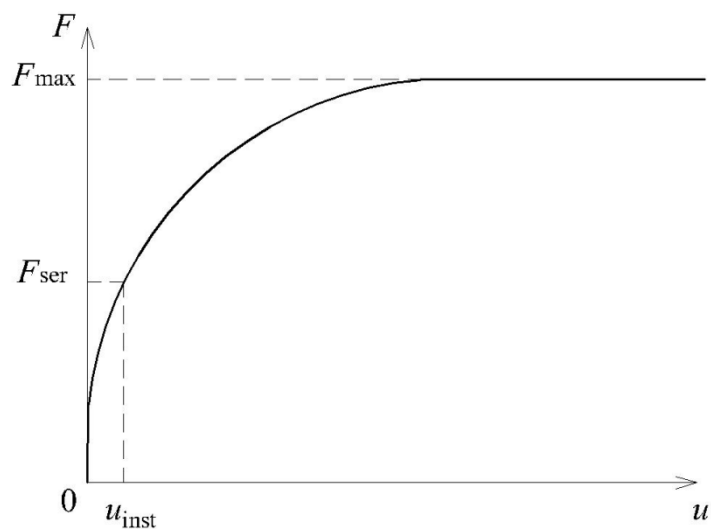
Pomocí počátečního modulu posunutí K_{ser} se dá vypočítat počáteční pružné posunutí

$$u_{inst} = \frac{\text{provozní zatížení}}{K_{ser}}. \quad (2.15)$$

Dále se započítáním účinku dotvarování se dá určit konečné posunutí hřebíkových spojů, které je větší než pružné počáteční posunutí, tedy

$$u_{fin} = u_{inst}(1 + K_{def}), \quad (2.16)$$

kde K_{def} je součinitel dotvarování a má hodnoty uvedené v tab. 2.2.



Obr. 2.8 Pracovní diagram posunutí hřebíkového spoje

Tab. 2.2 Hodnoty součinitele K_{def} [2]

Druh zatížení	K_{def}
stálé	0,60
střednědobé	0,25

3. Materiálové vlastnosti

V této kapitole je představeno chování izotropního, ortotropního a anizotropního materiálu. Dále je pak pojednána materiálová nelinearita, která je použita při sestavování modelů hřebíkového spoje s vkládanými tenkými ocelovými plechy.

3.1. Izotropie

Izotropní materiál je takový materiál, který má ve všech směrech stejné vlastnosti a má dvě nezávislé a jednu závislou konstantu. Nezávislými konstantami jsou obvykle modul pružnosti v tahu a tlaku E a Poissonův součinitel ν . Závislou konstantou je pak modul pružnosti ve smyku G [8].

Při jednoosém namáhání v ose x platí Hookův zákon, kde se dá napětí vyjádřit vztahem

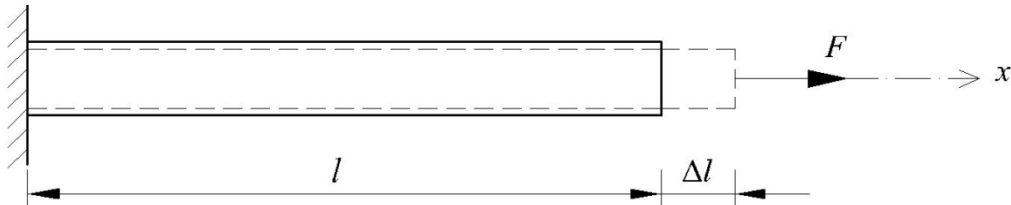
$$\sigma_x = E \varepsilon_x, \quad (3.1)$$

kde ε_x je deformace ve směru osy x . Pokud na těleso působí pouze napětí σ_x , pak jeho deformace se určí úpravou vztahu (3.1)

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (3.2)$$

kde σ_x je normálové napětí ve směru osy x . Dále se dá deformace vyjádřit jako poměr prodloužení Δl k původní délce l (obr. 3.1). Prodloužení Δl je závislé na původní délce l . Takto vyjádřená deformace má tvar

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (3.3)$$



Obr. 3.1 Relativní prodloužení

Z důvodu příčné kontrakce mají zbývající normálové složky deformace zápornou hodnotu a jejich velikost je ovlivněna Poissonovým součinitelem ν [5]. Deformace ve zbývajících dvou směrech se vyjádří

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}. \quad (3.4)$$

Sečtením (3.2) a (3.4) se dají výsledné vztahy pro výpočet normálových složek deformace zapsat

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)], \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)], \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y)]. \quad (3.7)$$

Analogicky ke vztahům (3.5) až (3.7) lze určit i smykové deformace (zkosení) γ , které závisí na smykovém napětí τ , takže

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}, \quad (3.8)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx}, \quad (3.9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}. \quad (3.10)$$

Modul pružnosti ve smyku G je určen vztahem

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (3.11)$$

Vzorce (3.5) až (3.10) se mohou přepsat do maticového tvaru

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

a zjednodušeně pak

$$\{\varepsilon\} = [C] \{\sigma\}, \quad (3.13)$$

kde $[C]$ je matice poddajnosti materiálu [1]. Inverzí maticového tvaru (3.13) se získá zobecněný Hookův zákon, který se dá vyjádřit

$$\{\sigma\} = [C]^{-1} \{\varepsilon\} = [D] \{\varepsilon\}, \quad (3.14)$$

kde $[D]$ je matice tuhosti a má tvar

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

3.2. Ortotropie

Ortotropní materiál je takový materiál, který má nezávislé mechanické vlastnosti ve třech vzájemně kolmých směrech. Jde o speciální případ ortogonální anizotropie a pro její určení je třeba devíti neznámých konstant [4]. Jedná se o moduly pružnosti v tahu a tlaku E_x , E_y a E_z v hlavních směrech, dále o moduly pružnosti G_{xy} , G_{yz} a G_{xz} v rovinách rovnoběžných s příslušnou rovinou symetrie elastických vlastností

a o Poissonovy součinitele ν_{xy} , ν_{yz} a ν_{xz} , u kterých první index odpovídá směru působícího normálového napětí a druhý směru, při kterém vzniká příslušná deformace v příčném směru. Doplněním hlavních směrů x , y a z do vztahů (3.5) až (3.10) se dají zapsat deformace ε a zkosení γ

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_x} (\sigma_x - \nu_{xy} \sigma_y - \nu_{xz} \sigma_z), \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_y} (-\nu_{yx} \sigma_x + \sigma_y - \nu_{yz} \sigma_z), \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_z} (-\nu_{zx} \sigma_x - \nu_{zy} \sigma_y + \sigma_z), \quad (3.18)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}}, \quad (3.19)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G_{zx}}, \quad (3.20)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}. \quad (3.21)$$

Složky jednotlivých deformací a zkosení (smykové deformace) se dají zapsat do maticové formy (3.12). Po rozepsání

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.22)$$

Matice pružné poddajnosti materiálu je symetrická, proto musí být splněny podmínky $\nu_{yz} E_z = \nu_{zy} E_y$, $\nu_{xz} E_z = \nu_{zx} E_x$ a $\nu_{xy} E_y = \nu_{yx} E_x$, tedy platí

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_y} & -\frac{\nu_{xz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}}{E_x} & -\frac{\nu_{zy}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.23)$$

Podobně jako v (3.14) po rozepsání zobecněného Hookova zákona

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.24)$$

kde $[\mathbf{D}]$ je matice tuhosti materiálu.

3.3. Anizotropie

Anizotropní materiály jsou takové materiály, které mají ve všech směrech různé vlastnosti a neexistuje ani jedna rovina symetrie. Prostorový stav napjatosti s devíti složkami napětí a devíti složkami deformací lze vyjádřit tenzorem

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (3.25)$$

kde σ_{ij} je tenzor napětí, ε_{kl} je tenzor deformace a D_{ijkl} je tenzor tuhosti materiálu. Tento tenzorový tvar spojuje devět složek napětí a devět složek deformací. Po úpravě se dá vztah (3.24) vyjádřit

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl}, \quad (3.26)$$

kde C_{ijkl} je tenzor poddajnosti materiálu [4]. Rozšířením vztahů (3.25) a (3.26) vzniká matice o velikosti 9×9 , má tedy 81 konstant. Tenzory napětí a deformace jsou symetrické. Podobně se dají rozepsat složky tenzoru deformace. V důsledku symetrie tenzorů napětí a deformace vznikne pouze 36 konstant. Rozepsáním (3.26) do maticového tvaru získáme šest složek deformací a šest složek napětí

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.27)$$

kde $[\mathbf{C}]$ je matice poddajnosti materiálu.

Napětí z (3.25) se dá vyjádřit inverzním postupem

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.28)$$

kde $[\mathbf{D}]$ je matice tuhosti materiálu. Tudiž lze zapsat $[\mathbf{D}] = [\mathbf{C}]^{-1}$ a $[\mathbf{C}] = [\mathbf{D}]^{-1}$. Zjednodušeně lze pak napsat

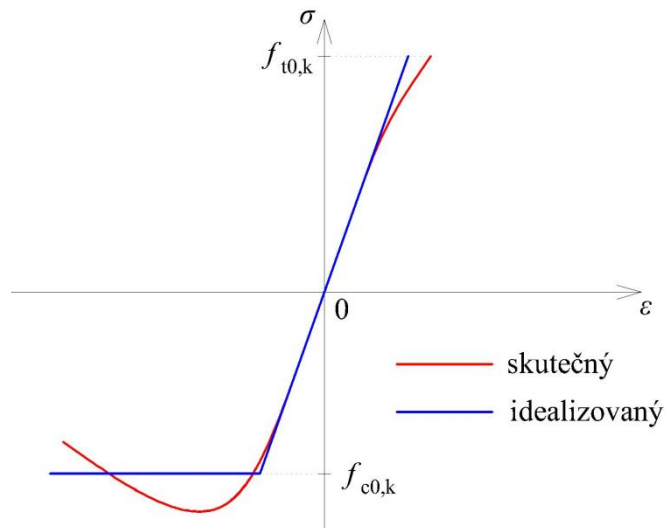
$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}] \{\varepsilon\}. \quad (3.29)$$

Symetrií matic tuhosti a poddajnosti získáme 21 nezávislých konstant pro určení anizotropního materiálu. Vztah (3.27) se tedy zjednoduší

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym.} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.30)$$

3.4. Materiálová nelinearita

Podstatou materiálové nelinearity je chování materiálu, který se pod zatížením deformuje, což lze vyjádřit pracovním diagramem (obr. 3.2). Vztah mezi deformací a zatížením je nelineární. Kromě toho se rozlišuje elastické a plastické chování materiálu. Při elastickém chování po odlehčení zcela vymizí deformace, naopak u plastického chování po odlehčení část deformace zůstává [14].



Obr. 3.2 Pracovní diagram dřeva [28]

3.4.1. Plastické chování

Hranice mezi pružným a plastickým stavem je v prostoru napětí vymezena plochou plasticity, která je popsána skalární funkcí – podmínkou plasticity

$$f(\sigma) = 0, \quad (3.23)$$

kde σ je vektor napětí. Podmínky plasticity charakterizují plastické stavy materiálu. Jsou to takové stavy, za kterých může probíhat plastické tváření. Podmínky plasticity dělíme podle vlivu vnitřního tření materiálu, jde o materiály [1]

- *bez vnitřního tření*, které závisí pouze na deviátorské části tenzoru napětí. Do této skupiny patří Trescova a Misesova podmínka,

- s *vnitřním třením*, které závisí jak na deviátorské tak i hydrostatické části tenzoru napětí. Zde náleží podmínka Mohrova–Coulombova, Rankinova a Druckerova–Pragerova [25].

Základní myšlenka kritéria pevnosti spočívá ve snaze vytvořit z hodnot víceosé napjatosti výraz pro výpočet tzv. redukovaného (srovnávacího) napětí

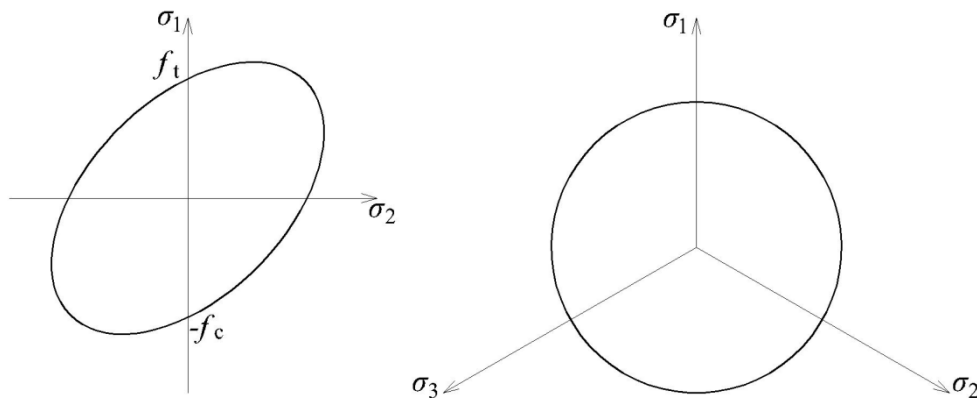
$$\sigma_{\text{red}} = f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}) = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \sigma_m, \quad (3.24)$$

kde σ_m je mezní napětí.

Misesova podmínka

K plastickému přetváření dojde, pokud hustota energie pružné deformace související se změnou tvaru dosáhne kritické hodnoty [19]. Podmínka je vhodná pro ocel a jiné kovy, resp. pro izotropní materiály. Hodnotu spočítaného napětí můžeme porovnávat s hodnotou meze kluzu. Na obr. 3.3 je uvedeno grafické znázornění Misesovy podmínky plasticity. Výpočet Misesova napětí se dají vyjádřit vztahem

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{red}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq \sigma_m \end{aligned} \quad (3.25)$$



Obr. 3.3 Řezy Misesovou plochou plasticity

Hillova podmínka

Hill navrhl s využitím teorie tváření anizotropní podmínku plasticity za předpokladu, že materiál je homogenní a ortotropní a nepodléhá Bauschingerovu efektu. Navržená podmínka plasticity má tvar:

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1, \quad (3.26)$$

kde F, G, H, M, L, N jsou konstanty anizotropie. Při $F = G = H$ a $L = M = N = 3F$ přechází Hillova podmínka v podmínku HMM (Huber, Mises, Hencky), osy x, y a z se považují za hlavní osy a řeší se případ, kdy $\tau_{ij} = 0$.

Konstanty F, G, H v (3.26) jsou určeny z tahové zkoušky a konstanty L, M, N ze smykové zkoušky. Při tahové zkoušce při tažení na mez kluzu tedy vychází

$$\begin{aligned} \sigma_x = X \text{ a } \sigma_y = \sigma_z = \tau_{ij} &= 0, \\ \sigma_y = Y \text{ a } \sigma_x = \sigma_z = \tau_{ij} &= 0, \\ \sigma_z = Z \text{ a } \sigma_x = \sigma_y = \tau_{ij} &= 0. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Po dosazení (3.27) do (3.26) se získají konstanty X, Y a Z

$$\begin{aligned} X^2 &= \frac{1}{G+H}, \\ Y^2 &= \frac{1}{H+F}, \\ Z^2 &= \frac{1}{F+G}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dosazením (3.28) do (3.26) se zjednoduší vztahy

$$\begin{aligned} 2F &= \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2}, \\ 2G &= \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2}, \\ 2H &= \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.4.2. Ideálně pružnoplastický model

Tento model se dá nejlépe představit na prutu konstantního průřezu, který má v počátečním nezatíženém stavu délku L_0 [1]. Pod působením podélného zatížení (vyvozujiícího v prutu stav jednoosého tahu) se prut protáhne na délku L a po odtížení se jeho délka zmenší na L_p . Rozdíl mezi L_0 a L_p je způsoben trvalou deformací (obr. 3.4). Pokud by se materiál deformoval pouze pružným způsobem, bylo by $L_p = L_0$. Relativní protažení neboli deformace se určí ze vztahu

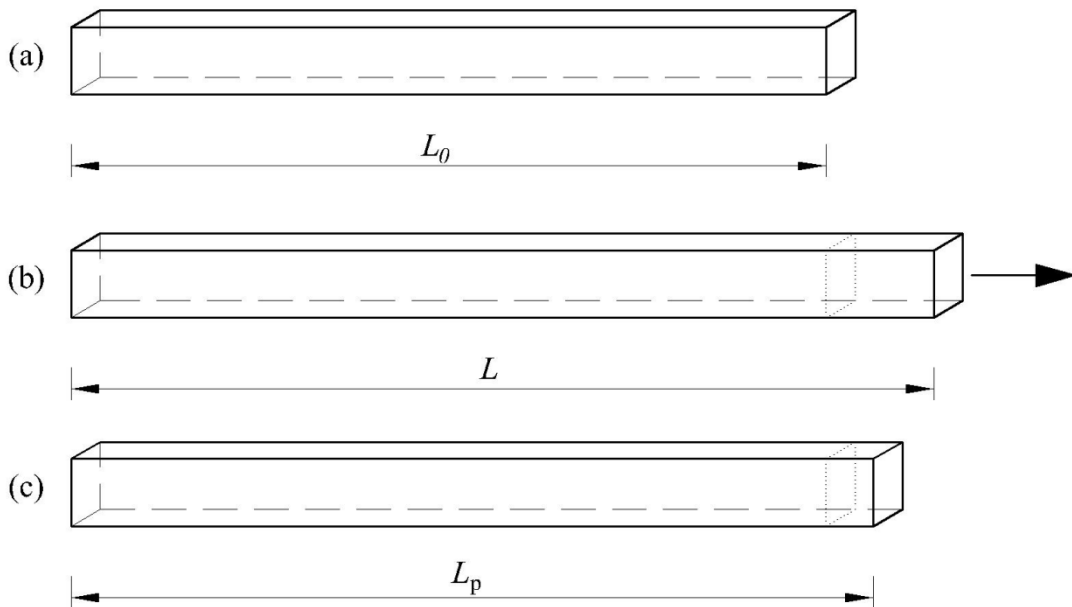
$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1. \quad (3.30)$$

Po odtížení pružná část deformace zmizí a zůstane jen plastická část, tedy

$$\varepsilon_p = \frac{L_p - L_0}{L_0} = \frac{L_p}{L_0} - 1. \quad (3.31)$$

Podobně jako ve (3.31) lze použít vztah pro výpočet pružné deformace

$$\varepsilon_e = \frac{L - L_p}{L_p} = \frac{L}{L_p} - 1. \quad (3.32)$$



Obr. 3.4: (a) Původní délka L_0 , (b) protažení na délku L , (c) délka L_p po odtížení

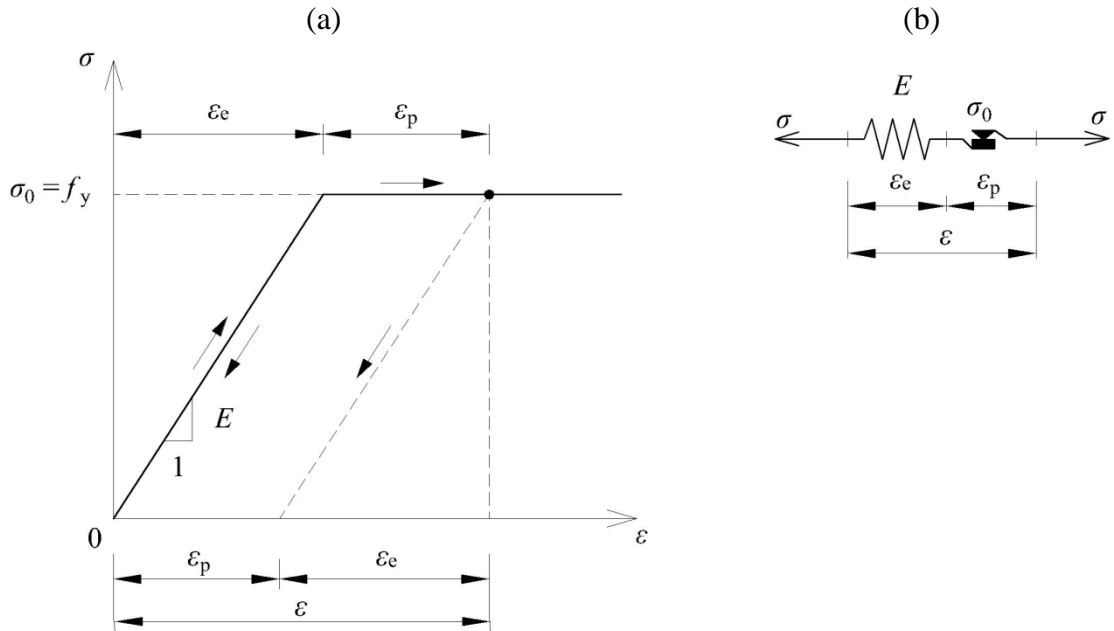
Celková deformace se získá součtem plastické části deformace (3.31) a pružnou částí deformace (3.32)

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_e. \quad (3.33)$$

Při sériovém zapojení je napětí v obou člancích stejné a odpovídá celkovému napětí σ přenášenému materiálem v daném bodě. Konstitutivní vztah pro pružný článek

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (3.34)$$

kde E je tuhost pružiny, který se rovná modulu pružnosti v tahu a tlaku. V tab. 3.1 je znázorněn matematický popis pružnoplastického modelu pro jednoosou napjatost. Na obr. 3.5 je ukázán pracovní diagram a i jeho ideálně pružnoplastický model.



Obr. 3.5: (a) Pracovní diagram, (b) ideálně pružnoplastický model

Tab. 3.1 Matematický popis pružnoplastického modelu pro jednoosou napjatost [1]

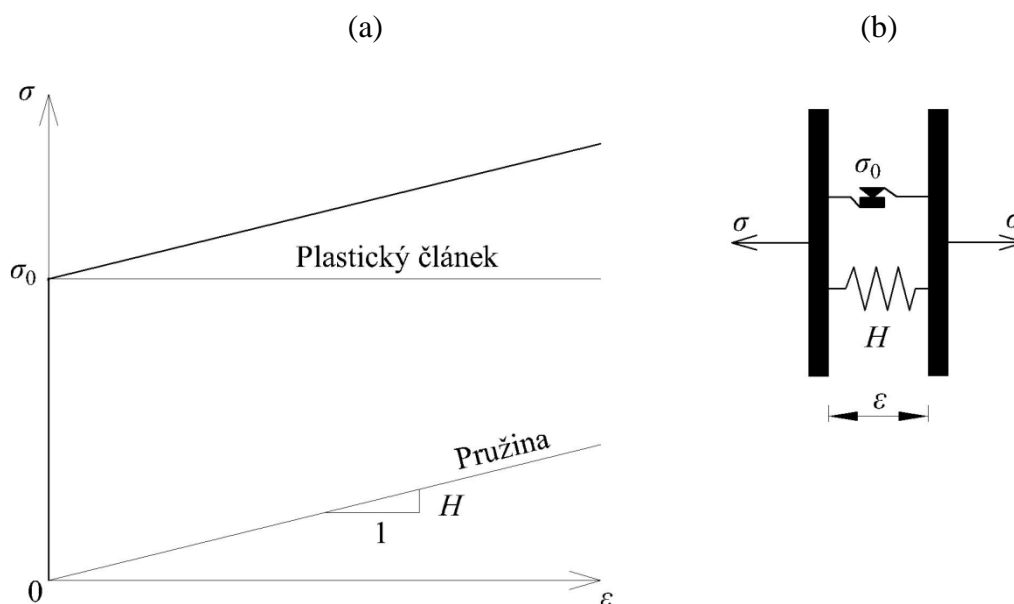
rozklad deformace	$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$
Hookův zákon	$\sigma = E \epsilon_e$
definice funkce plasticity	$f(\sigma) = \sigma - \sigma_0$
podmínka plastické přípustnosti	$f(\sigma) \leq 0$
zákon plastického přetváření	$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \operatorname{sgn} \sigma, \dot{\lambda} \geq 0$
podmínka komplementarity	$\dot{\lambda} f(\sigma) = 0$

3.4.3. Tuhoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním

Pokud se dva články zapojí paralelně, jak je uvedeno na obr. 3.6a, bude v nich stejná deformace a celkové napětí bude součtem jednotlivých napětí v obou člancích [1]. Výsledný pracovní diagram se určí tak, že pracovní diagramy pro pružný a ideálně plastický článek se nakreslí do společného grafu a pro jednotlivé úrovně deformace se sčítají příslušná napětí, obr. 3.6b.

Pro nulovou deformaci se napětí pohybuje pod mezí kluzu plastického článku $\sigma_0 = f_y$, a pokud deformace vzrůstá, napětí roste lineárně podle vztahu

$$\sigma = \sigma_0 + H \epsilon. \quad (3.35)$$



Obr. 3.6: (a) Pracovní diagram s paralelním zapojením pružiny a plastického článku, (b) ideálně pružnoplastický model

Svislá větev pracovního diagramu odpovídá tuhému chování, šikmá větev pak plastickému tváření za rostoucího napětí [1]. Příslušný model se nazývá tuhoplastický se zpevněním, přesněji s lineárním zpevněním, protože přírůstek napětí je úměrný přírůstku deformace. Za zvýšené celkové napětí σ ve srovnání s mezí kluzu plastického článku $\sigma_0 = f_y$ je důležité napětí v paralelní pružině

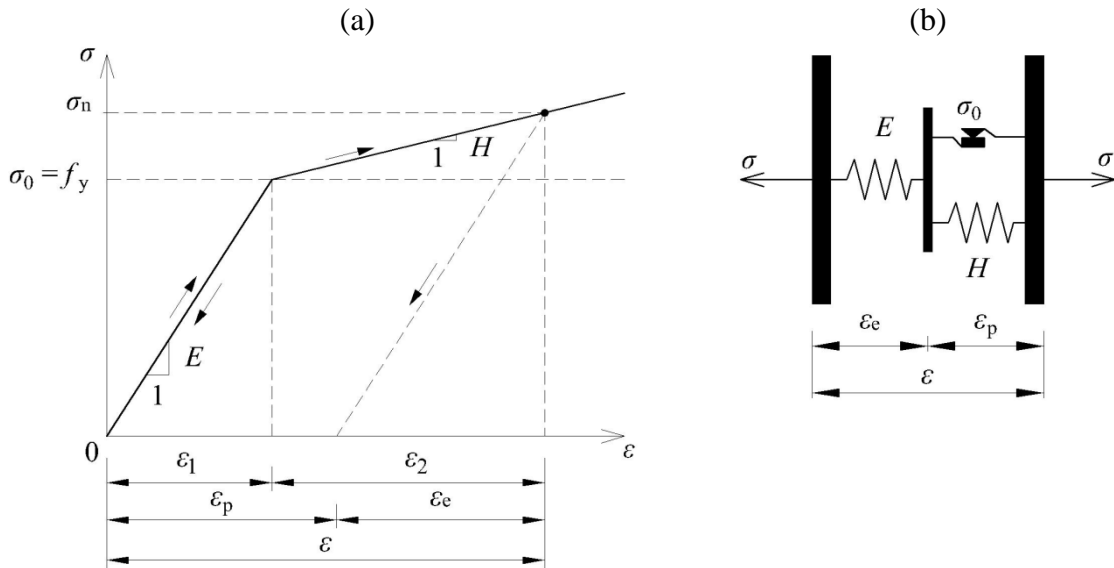
$$\sigma_b = H \varepsilon, \quad (3.36)$$

kde σ_b je tzv. *zpětné napětí* (anglicky “back stress”), H je modul zpevnění. Název zpětné napětí je proto, že dílčí napětí se po odtižení snaží plastický článek posunout zpátky, proti směru pohybu.

3.4.4. Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním

Na obr. 3.7a je model, který má dvě pružiny o tuhostech E a H s plastickým článkem o mezi kluzu $\sigma_0 = f_y$. Jedná se o sériové spojení pružiny o tuhosti E a tuhoplastického modelu s lineárním kinematickým zpevněním, který má počáteční mez kluzu $\sigma_0 = f_y$ a modul zpevnění H . Při sériovém zapojení je v obou modelech stejné napětí a jejich deformace se sčítají. Výsledkem tohoto modelu je obr. 3.7b, který obsahuje dvě šikmé větve o různých sklonech [1].

Pokud na počátku zatěžování napětí nepřekročí počáteční mez kluzu $\sigma_0 = f_y$, není plastický článek aktivní a deformuje se pouze pružina s tuhostí E . To odpovídá lineárně pružnému chování materiálu s modulem pružnosti E . Po dosažení napětí $\sigma_0 = f_y$ nastává v plastickém článku pokluz, ale aby tento pokluz pokračoval, je potřeba překonávat zvyšující se zpětné napětí σ_b vyvolané deformující pružinou o tuhosti H . Při plastickém přetváření dochází ke zpevňování materiálu. Zpětné napětí σ_b závisí jen na plastické části. Tab. 3.2 charakterizuje matematický popis pružnoplastického modelu s lineárním kinematickým zpevněním pro jednoosou napjatost.



Obr. 3.7: (a) Pracovní diagram, (b) pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním

Rozklad deformace a Hookův zákon pro pružnou část modelu zůstávají beze změny [1]. Mění se pouze funkce plasticity. Napětí, jehož absolutní hodnota se porovnává s konstantou $\sigma_0 = f_y$, je napětí přenášené plastickým článkem. Pro model bez zpevnění se toto napětí rovná celkovému napětí σ , ale pro model se zpevněním je to rozdíl mezi celkovým napětím σ a zpětným napětím σ_b . Funkci plasticity lze zapsat jako funkci dvou proměnných

$$f(\sigma) = |\sigma - \sigma_b| - \sigma_0. \quad (3.37)$$

Po tomto upravení skutečně záporná hodnota funkce plasticity předepisuje pružný stav a nulová hodnota plastický stav. Hodnota zpětného napětí se určí vztahem

$$\sigma_b = H \varepsilon_p, \quad (3.38)$$

který představuje *zákon plastického zpevnění*. V tomto zákonu plastického zpevnění napětí přenášené plastickým článkem není σ , ale $\sigma - \sigma_b$. Po úpravě

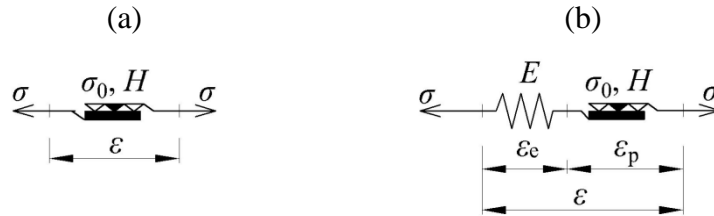
$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \operatorname{sgn}(\sigma - \sigma_b). \quad (3.39)$$

Tab. 3.2 Matematický popis pružnoplastického modelu s lineárním kinematickým zpevněním pro jednoosou napjatost [1]

rozklad deformace	$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$
Hookův zákon	$\sigma = E \varepsilon_e$
definice funkce plasticity	$f(\sigma) = \sigma - \sigma_0$
podmínka plastické přípustnosti	$f(\sigma) \leq 0$
zákon plastického přetváření	$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \operatorname{sgn}(\sigma - \sigma_b), \dot{\lambda} \geq 0$
podmínka komplementarity	$\dot{\lambda} f(\sigma, \sigma_b) = 0$
zákon plastického zpevnění	$\sigma_b = H \varepsilon_p$

3.4.5. Pružnoplastický model s lineárním izotropním zpevněním

Tento model představuje zobecněnou podobu plastického článku, ve kterém odpor proti pokluzu v průběhu plastického přetváření vzrůstá [1]. Takový článek je zobrazený na obr. 3.8. Nevyplněné trojúhelníčky zachycují překážky vůči plastickému pokluzu, které se teprve postupně vytvářejí. Důležité je, že na zpevňování má vliv velikost jednotlivých přírůstků plastické deformace. V průběhu plastického přetváření v materiálu dochází k nevratným změnám, takže okamžitou mez kluzu nelze vztáhnout jen k okamžité hodnotě plastické deformace. Jestliže totiž materiál plasticky zdeformujeme nejprve v tahu a pak v tlaku tak, aby výsledná plastická deformace byla nulová, výsledný stav materiálu se liší od počátečního, přestože hodnota plastické deformace je stejná jako před deformačním procesem. V tab. 3.3 je uveden matematický popis pružnoplastického modelu s lineárním izotropním zpevněním pro jednoosou napjatost.



Obr. 3.8: (a) Plastický článek s izotropním zpevněním, (b) pružnoplastický model s izotropním zpevněním

Vlivem plastických přetvárných procesů, se zavede nová vnitřní proměnná tzv. *kumulovaná plastická deformace* κ , která vzniká sečtením absolutních hodnot jednotlivých přírůstků plastické deformace. Pokud se zatížení rozdělí na malé kroky, dá se infinitesimální přírůstek κ zapsat do vztahu

$$d\kappa = |d\varepsilon_p|. \quad (3.40)$$

Po vydělení odpovídajícím infinitesimálním přírůstkem času dt se získá vztah mezi rychlostí vnitřní proměnné κ a rychlostí plastické deformace, tedy platí

$$\dot{\kappa} = |\dot{\varepsilon}_p|. \quad (3.41)$$

Kumulovaná plastická deformace κ zůstává během pružného procesu konstantní, protože $\dot{\varepsilon}_p = 0$ a během plastického procesu vzrůstá protože $|\dot{\varepsilon}_p| > 0$. Pokud dochází k přetváření pouze v tahu, odpovídá hodnota κ plastické deformaci ε_p . Při tlakovém přetváření odpovídá $-\varepsilon_p$. Okamžitá hodnota meze kluzu σ_Y je funkcí okamžité hodnoty kumulované plastické deformace κ , určí se ze vztahu

$$\sigma_Y = \sigma_0 + H\kappa. \quad (3.42)$$

Okamžitá mez kluzu σ_Y představuje absolutní hodnotu napětí, kterým je třeba působit na zpevněný článek, aby v něm došlo k pokluzu. Funkce plasticity má pak tvar

$$f(\sigma, \sigma_Y) = |\sigma| - \sigma_Y. \quad (3.43)$$

Tab. 3.3 Matematický popis pružnoplastického modelu s lineárním izotropním zpevněním pro jednoosou napjatost [1]

rozklad deformace	$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$
Hookův zákon	$\sigma = E \varepsilon_e$
definice funkce plasticity	$f(\sigma, \sigma_Y) = \sigma - \sigma_Y$
podmínka plastické přípustnosti	$f(\sigma, \sigma_Y) \leq 0$
zákon plastického přetváření	$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \operatorname{sgn} \sigma, \dot{\lambda} \geq 0$
podmínka komplementarity	$\dot{\lambda} f(\sigma, \sigma_Y) = 0$
definice kumulované plastické deformace	$\dot{\kappa} = \dot{\varepsilon}_p $
zákon plastického zpevnění	$\sigma_Y = \sigma_0 + H\kappa$

3.5. Hertzovo kontaktní napětí

Pokud jsou dvě tělesa se zakřivenými povrchy vzájemně stačována, změní se bod nebo čára dotyku na kontaktní plochu a v tělesech vzniká prostorová napjatost [6]. Nejobecnější případ kontaktní napjatosti vznikne, pokud má každé z dotýkajících se těles dva odlišné poloměry křivosti. Uváděné vztahy odvodil Hertz, a proto se tato napětí nazývají Hertzova napětí.

3.5.1. Kontakt dvou koulí

Když jsou dvě pevné koule s průměry d_1 a d_2 k sobě stlačeny silou F , vznikne kruhová kontaktní plocha s poloměrem a [6]. Vymezením E_1, ν_1 a E_2, ν_2 , jako příslušné materiálové konstanty dvou koulí, je poloměr a určený vztahem

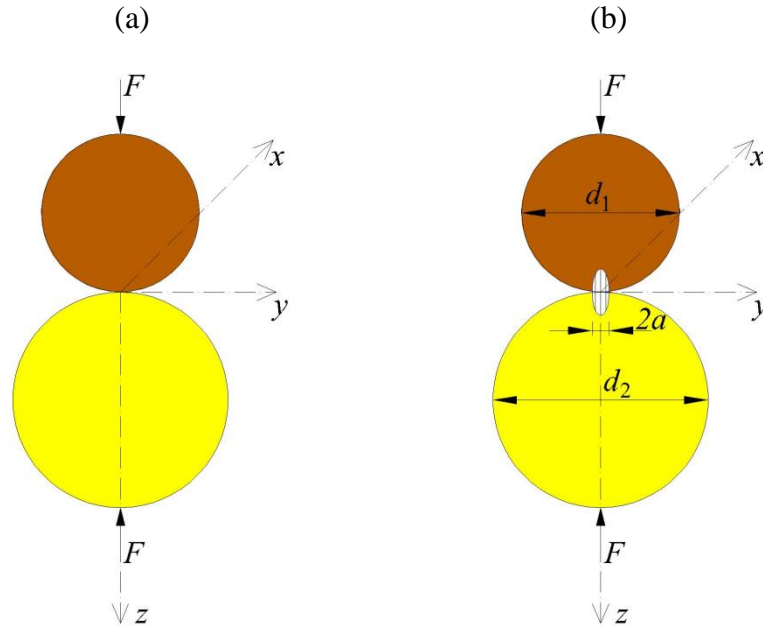
$$a = \sqrt{\frac{3 F \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}}, \quad (3.44)$$

kde ν je Poissonův součinitel odpovídajících materiálů, E je Youngův modul pružnosti daných materiálů, d jsou průměry koulí a F je působící síla.

Rozložení napětí uvnitř kontaktní plochy koule je půlkulové (obr. 3.9). Maximální napětí vzniká uprostřed kontaktních ploch a má velikost

$$p_{\max} = \frac{3 F}{2\pi a^2}. \quad (3.45)$$

Vztahy (3.44) a (3.45) jsou obecné a mohou být použity pro dotyk koule a rovinného povrchu nebo koule a vnitřního kulového povrchu. Pro rovinný povrch se dosadí $d = \infty$. Pro vnitřní povrch se dosadí d se záporným znaménkem.



Obr. 3.9 Kontakt dvou koulí podle [6] : (a) dvě koule stlačované silou F ,
(b) kontaktní napětí s pólkulovým rozložením v kontaktní ploše s průměrem $2a$

3.5.2. Kontakt dvou válců s rovnoběžnými osami

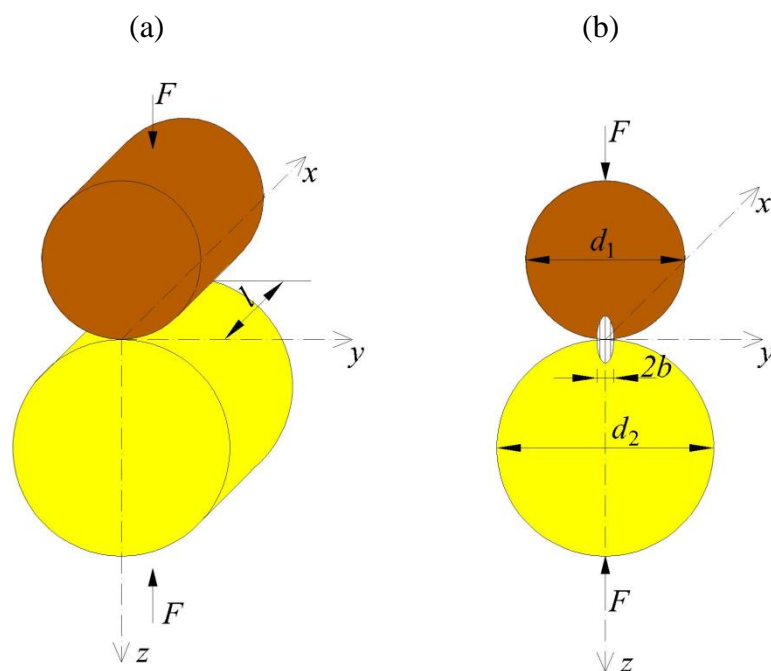
Na obr. 3.8 je znázorněn případ dvou dotýkajících se válců z různých materiálů s rovnoběžnými osami o délce l a průměry d_1 a d_2 . Jak je patrné z obr. 3.10, dotyková plocha je úzký obdélník o šířce $2b$ a délce l [6]. Rozložení napětí má eliptický průběh. Poloviční šířka dotykové plochy b se určí ze vztahu

$$b = \sqrt{\frac{2F}{\pi l} \cdot \frac{\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}}. \quad (3.41)$$

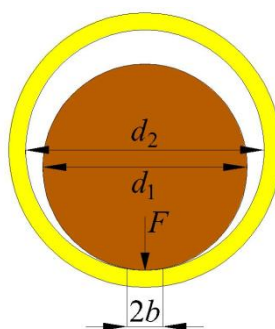
$$p_{\max} = \frac{2F}{\pi b l}. \quad (3.42)$$

Pokud jeden válec působí vně druhého válce, jak je znázorněno na obr. 3.11, platí podobný vztah jako je (3.41), přičemž hodnoty průměrů d se uvažuje se záporným znaménkem. Poloviční šířka dotykové plochy b se určí ze vztahu

$$b = \sqrt{\frac{2F}{\pi l} \cdot \frac{\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}}}. \quad (3.43)$$



Obr. 3.10 Kontakt dvou válců: (a) dva ideální kruhové válce stlačované silami F ,
(b) kontaktní napětí s eliptickým průběhem v dotykové ploše



Obr. 3.11 Kontaktní šířka $2b$ pro jeden válec vně druhého válce

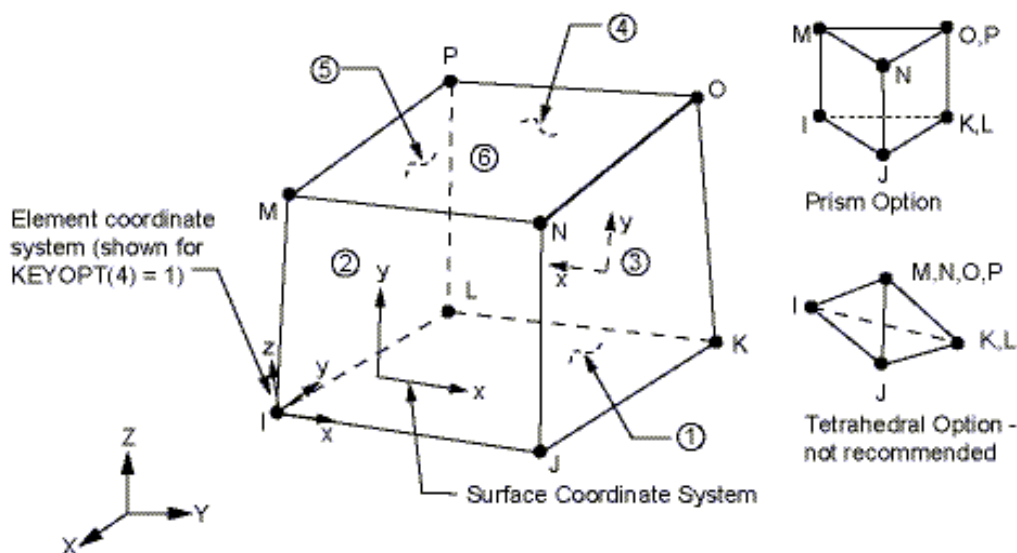
4. Analýza jednoduchých případů chování materiálu

V této kapitole uvádím konečné prvky, které jsou základem pro sestavení jednotlivých modelů. Při izotropních a ortotropních vlastnostech dřeva je porovnán ruční výpočet s výsledky získanými výpočtním systémem ANSYS. Dále je uveden výpočet posunutí hřebíkového spoje s přílozkami a kontakt ocelového válce ve dřevěném tělese.

4.1. Použité konečné prvky

SOLID185

Je 3D konečný prvek definovaný osmi uzly (obr. 4.1). Každý uzel má tři stupně volnosti, a to posuvy ve směru osy x , y a z . Prvku lze přidělit materiálové charakteristiky vystihující izotropní, ortotropní a anizotropní materiály. Umožňuje nelineární výpočet.



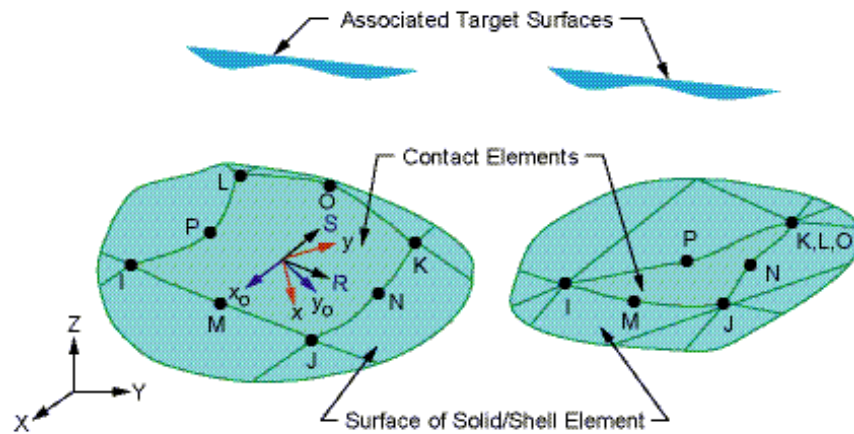
Obr. 4.1 3D konečný prvek SOLID185 [9]

CONTA174

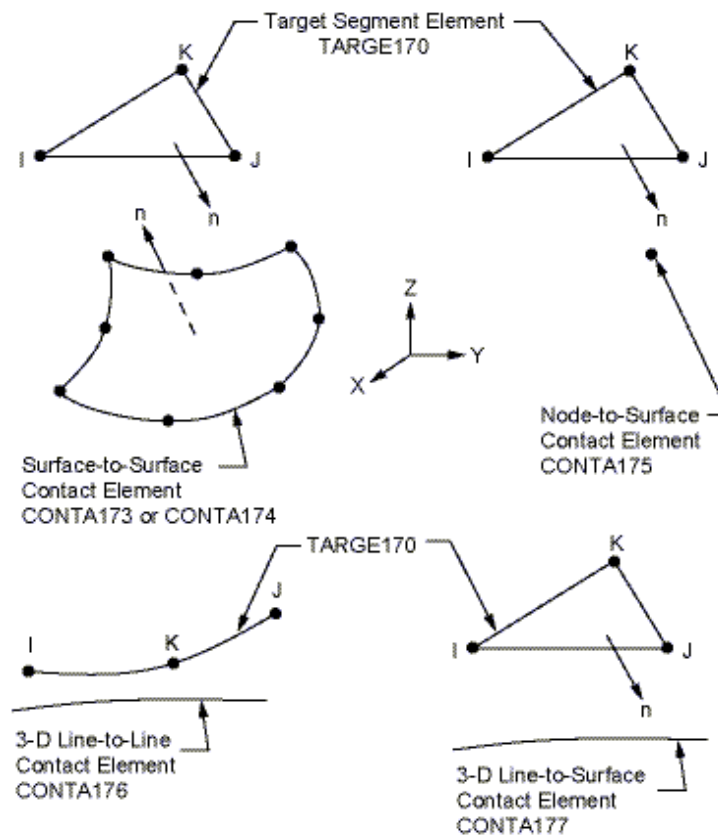
Tento prvek se používá pro kontakt a posunutí mezi dvěma elementy, resp. mezi 3D povrchem a deformovaným povrchem (obr. 4.2). Prvek je použitelný pro strukturální 3D analýzu. Kontakt nastane, pokud prvek proniká jedním z prvků (např. TARGE170).

TARGE170

Prvek TARGE170 uvedený na obr. 4.3 se používá pro různé 3D povrchy s příslušnými kontaktními prvky CONTA174.



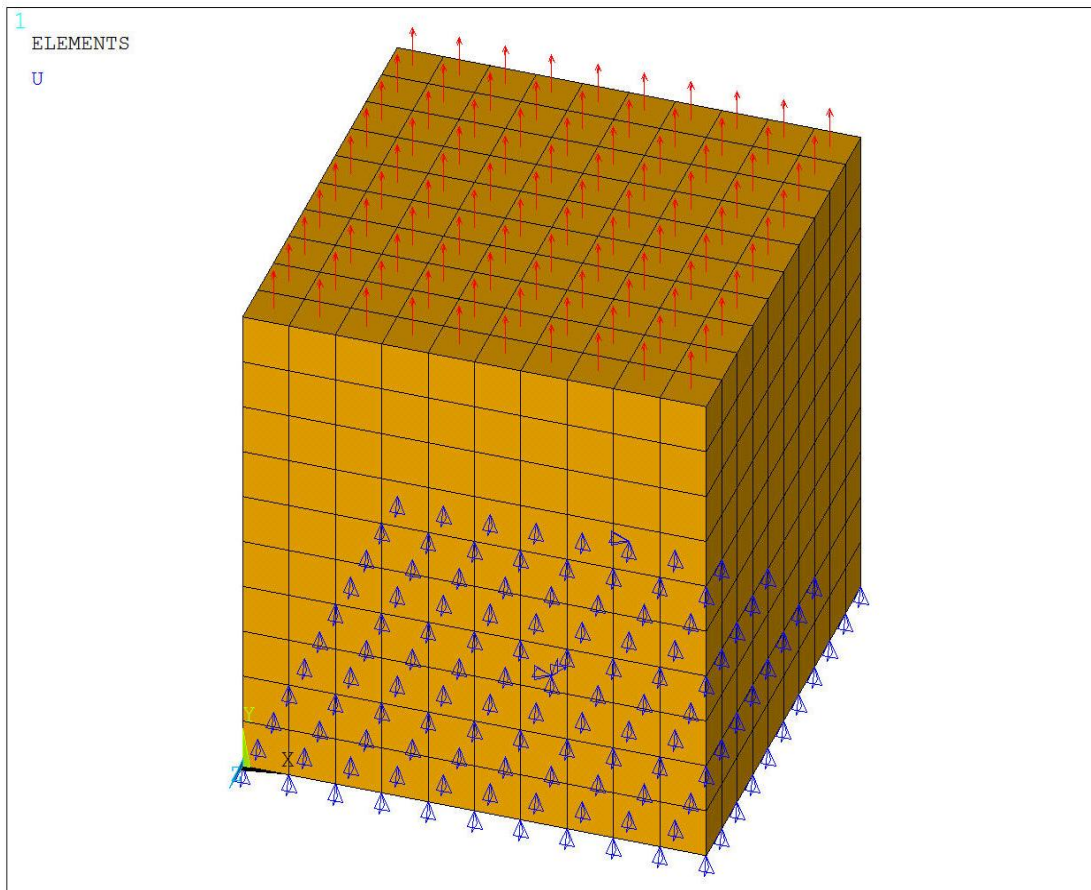
Obr. 4.2 Konečný prvek CONTACT174 [9]



Obr. 4.3 Konečný prvek TARGET170 [9]

4.2. Chování izotropního materiálu

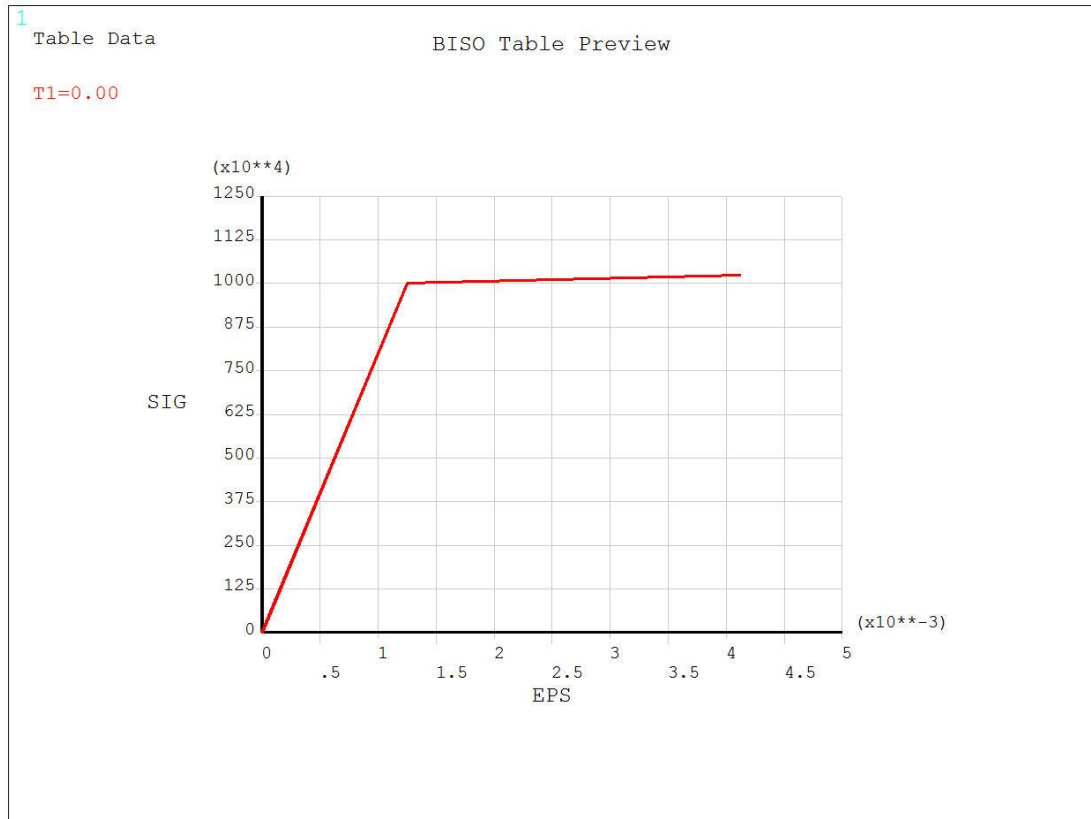
Model izotropního chování materiálu představuje krychli o straně $a = 0,1$ m s působícím plošným rovnoměrným zatížením, které působí ve směru osy y s hodnotou $p = -10 \text{ MNm}^{-2}$. Použitým konečným prvkem je SOLID185. Na obr. 4.4 je znázorněno statické schéma modelu (M1 a M2) a v tab. 4.1 jsou uvedeny materiálové charakteristiky pro izotropní chování smrkového dřeva. Pro výpočet vybraných fyzikálních veličin je použitý pružnoplastický model s izotropním zpevněním (obr. 4.5).



Obr. 4.4 Statické schéma modelu izotropního materiálu

Tab. 4.1 Materiálové charakteristiky izotropního materiálu [13]

Materiálové charakteristiky smrkového dřeva	Model		
	M1	M2	M3
modul pružnosti v tahu a tlaku E [MPa]	8000		
modul zpevnění H [MPa]	80		
Poissonův součinitel ν [-]	0,1		
hustota ρ [kgm^{-3}]	370		
tahová mez kluzu $f_{t0,k}$ [MPa]	10		
rovnoměrné plošné zatížení	10	15	-



Obr. 4.5 Pružnoplastický pracovní diagram s izotropním zpevněním

Model M1

Tahové plošné zatížení působící na plochu krychle ve směru osy y o velikosti $p = -10 \text{ MNm}^{-2}$ (obr. 4.4) je v rovnováze s normálovým napětím σ_y

$$\sigma_y = -p = 10 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} = 10 \text{ MPa}.$$

Hodnota rovnoměrného plošného zatížení p nepřekračuje velikost tahové meze kluzu $f_{t0,k}$, tudíž nevznikají plastické deformace a platí pouze lineární větev pracovního diagramu. Velikost elastické deformace je rovna celkové deformaci. Podle (3.3) a (3.4) se vypočítají elastické deformace k jednotlivým osám, tedy

$$\varepsilon_{e,y} = \varepsilon_{\text{tot},y} = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^9} = 0,00125 = 0,125 \cdot 10^{-2},$$

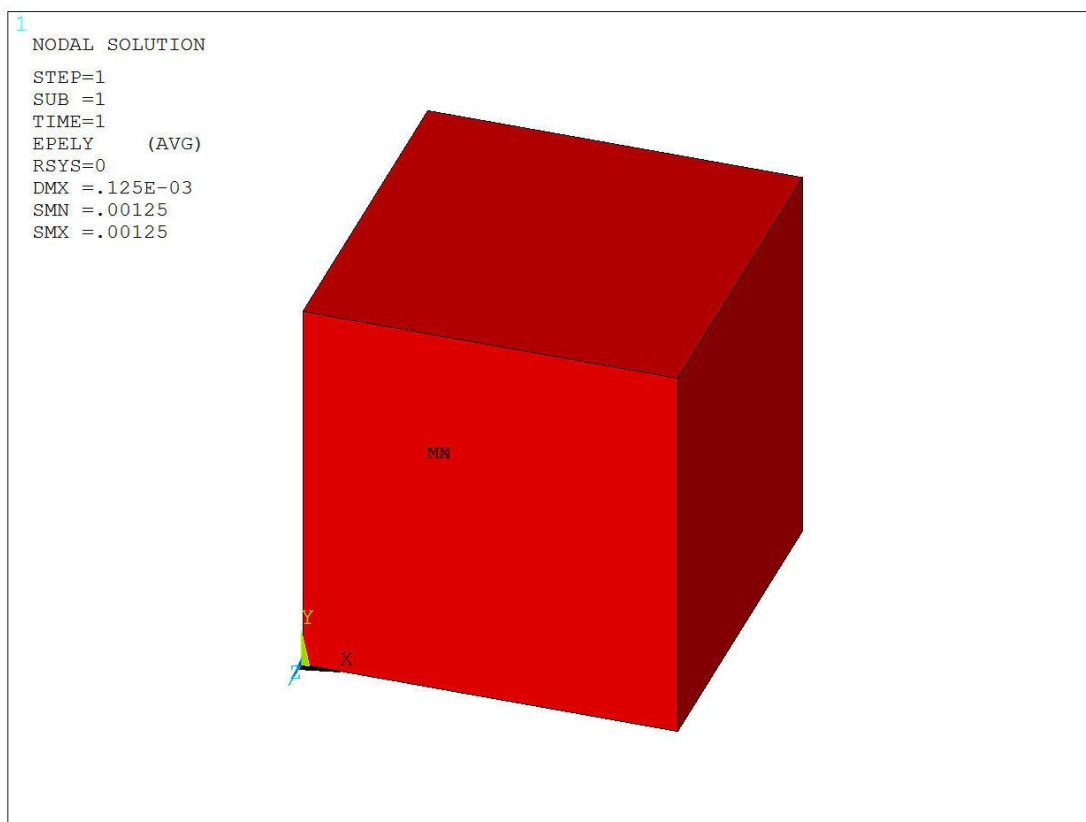
$$\varepsilon_{e,x} = \varepsilon_{\text{tot},x} = \varepsilon_{e,z} = \varepsilon_{\text{tot},z} = -\nu \varepsilon_{e,y} = -0,1 \cdot 0,125 \cdot 10^{-2} = -0,125 \cdot 10^{-3}.$$

Dále úpravou (3.3) se dá určit posunutí ve všech směrech

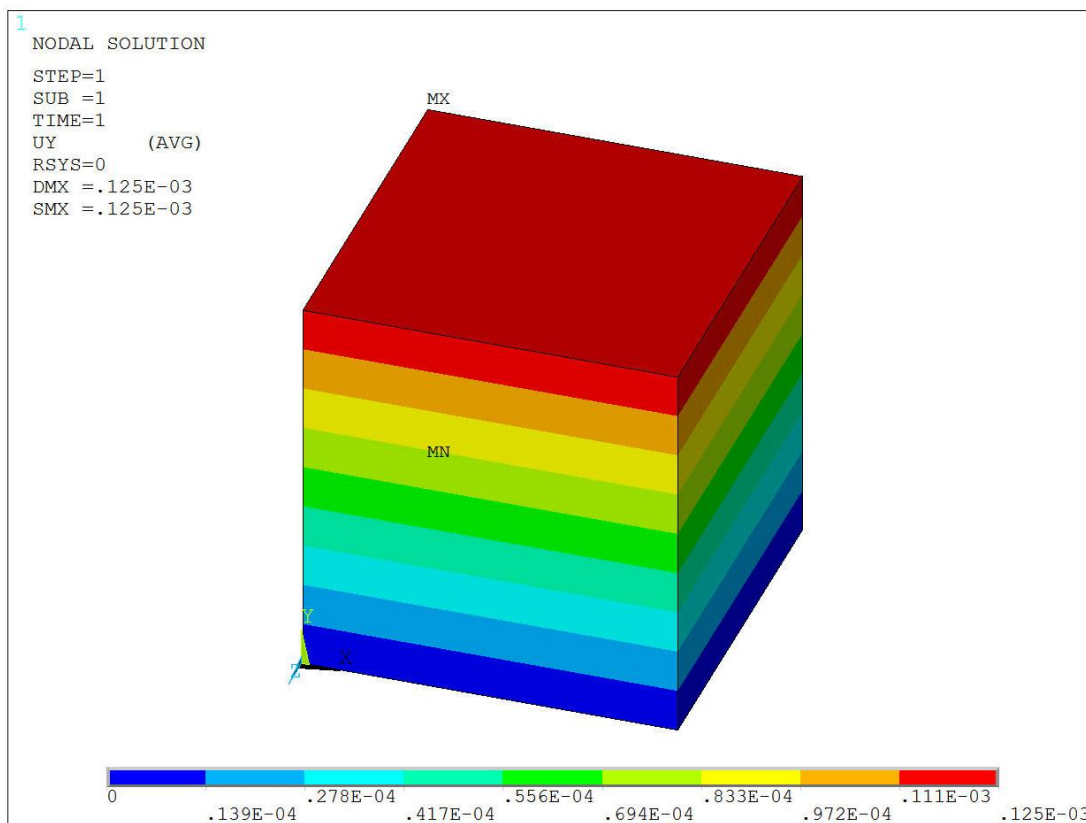
$$\Delta a_x = u_x = \varepsilon_{e,x} a = -0,125 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 = -0,125 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$\Delta a_y = u_y = \varepsilon_{e,y} a = 0,125 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$\Delta a_z = u_z = \varepsilon_{e,z} a = -0,125 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 = -0,125 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$



Obr. 4.6 Pružná deformace $\varepsilon_{e,y}$ – model M1



Obr. 4.7 Posunutí u_y – model M1

Získané hodnoty deformace $\varepsilon_{e,y}$ (obr. 4.6) a posunutí u_y (obr. 4.7) z výpočtového programu ANSYS jsou ve srovnání s uvedeným řešením totožné.

Model M2

Stejně jako u modelu M1 je hodnota normálového napětí

$$\sigma_y = -p = 15 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} = 15 \text{ MPa}.$$

Velikost rovnoměrného plošného zatížení p překračuje tahovou mez kluzu $f_{t0,k}$. Pracovní diagram s izotropním zpevněním je využitý a vznikají plastické deformace. Celková deformace je dána součtem plastické a pružné deformace:

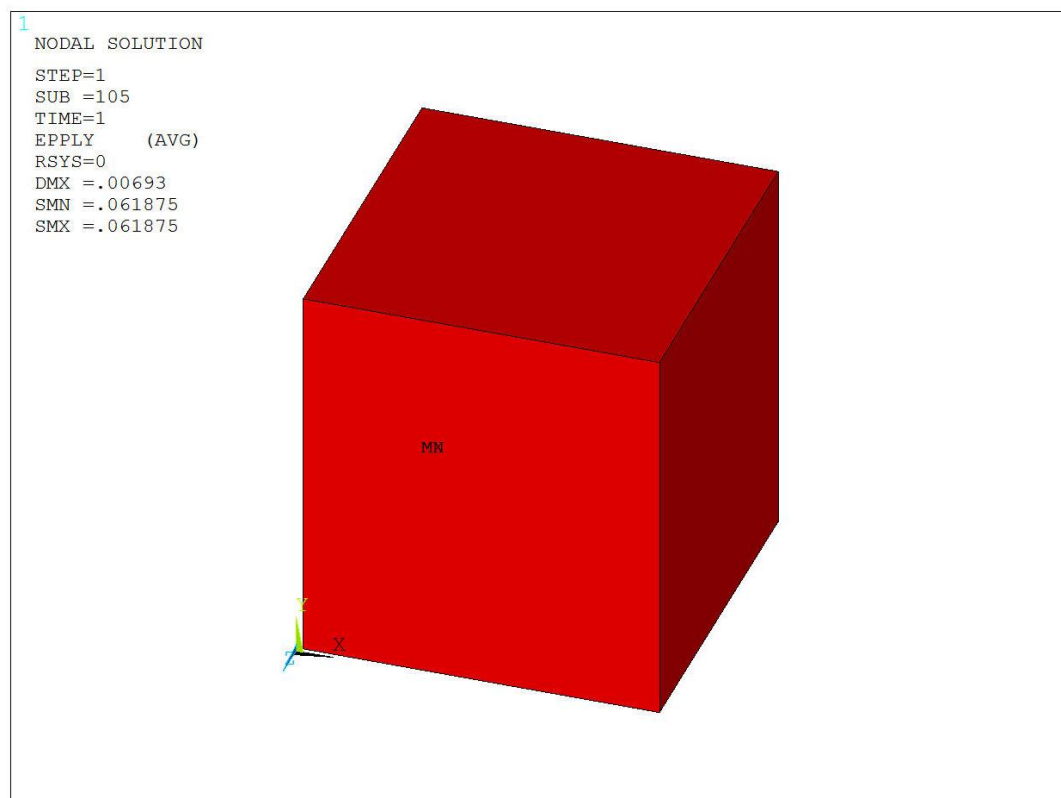
$$\varepsilon_1 = \frac{f_{t0,k}}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^9} = 0,00125,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_y - f_{t0,k}}{H} = \frac{15 \cdot 10^6 - 10 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^6} = 0,0625,$$

$$\varepsilon_{e,y} = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{15 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^9} = 0,001875,$$

$$\varepsilon_{p,y} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \varepsilon_{e,y} = (0,00125 + 0,0625) - 0,001875 = 0,061875,$$

$$\varepsilon_{\text{tot},y} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_{e,y} + \varepsilon_{p,y} = 0,00125 + 0,0625 = 0,001875 + 0,061875 = 0,06375.$$

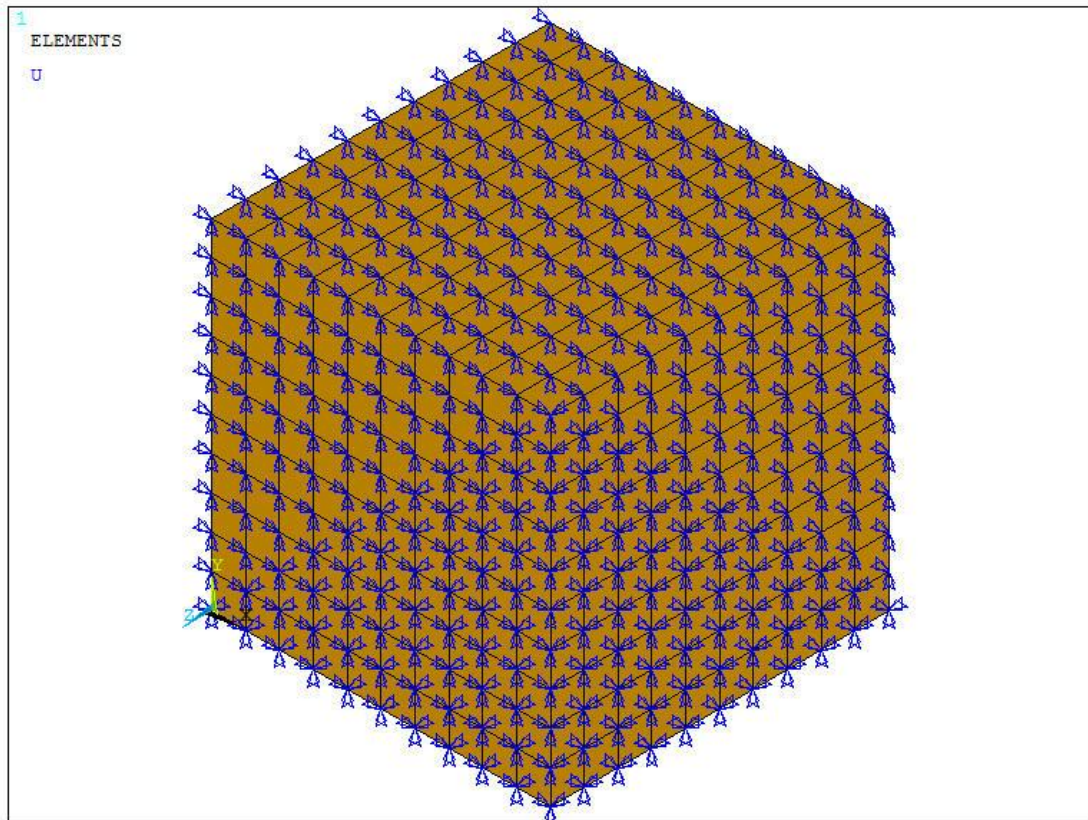


Obr. 4.8 Plastická deformace $\varepsilon_{p,y}$ – model M2

Na obr. 4.8 je vykreslena plastická deformace $\varepsilon_{p,y}$. Porovnání ručního výpočtu s programem ANSYS ukázalo naprostou shodu.

Model M3

Model krychle o stejných rozměrech a materiálových vlastnostech (tab. 4.1) se statickým schématem na obr. 4.9 je zatížen po výšce poměrnými hodnotami posunutí, tak aby výsledný posun horního líce tělesa byl $u_x = \Delta a_x = 0,001$ m (obr. 4.10). Spodní ploše krychle v rovině xz je zabráněno všem posuvům, tedy je vetknutá.



Obr. 4.9 Statické schéma pro výpočet smykového napětí – model M3

Pro malé úhly platí, že $\tan \gamma \approx \gamma$, potom je velikost zkosení γ dána poměrem

$$\gamma = \frac{\Delta a_x}{a} = \frac{0,001}{0,1} = 0,01.$$

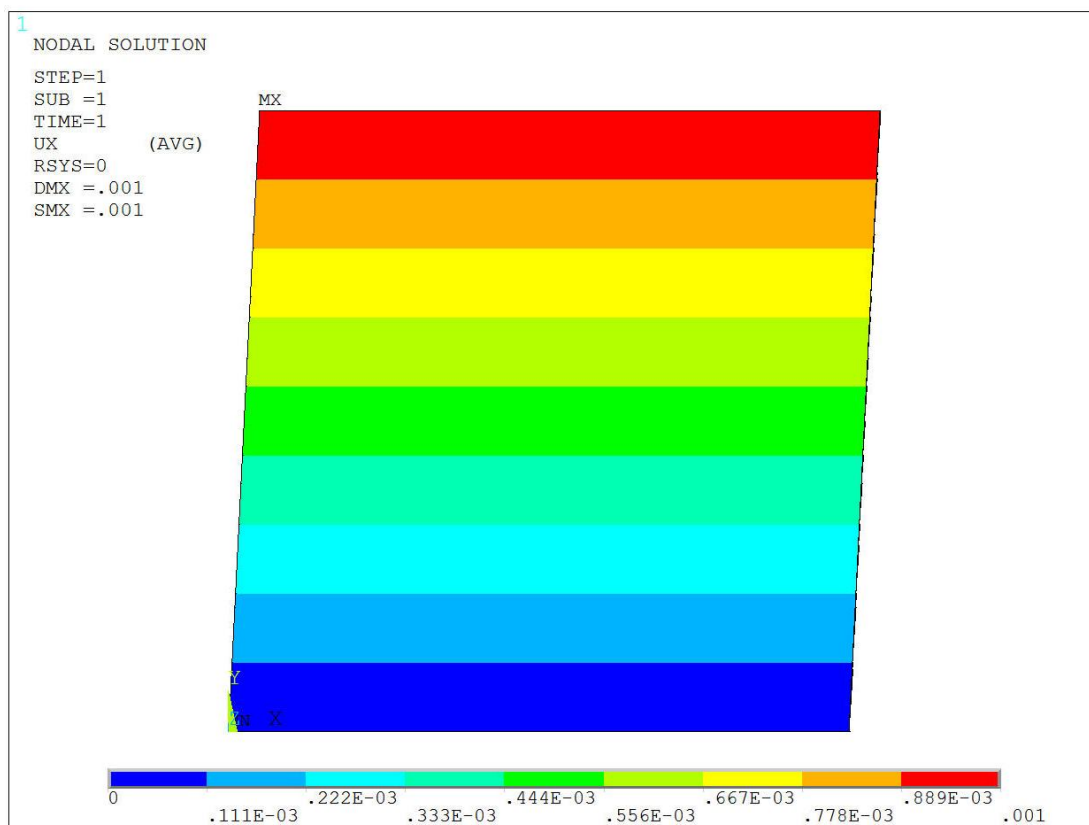
Podle (3.10) se modul pružnosti ve smyku G vypočítá

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{8 \cdot 10^9}{2(1+0,1)} = 3,64 \text{ GPa}.$$

Vypočtená hodnota smykového napětí v rovině xy má velikost

$$\tau_{xy} = G \gamma = 3,64 \cdot 10^9 \cdot 0,01 = 36,4 \text{ MPa}$$

Porovnání těchto jednoduchých výpočtů se shoduje s výsledky získané ve výpočtovém programu ANSYS. Obr. 4.10 odpovídá zadaným hodnotám posunutí a na obr. 4.11 je hodnota smykového napětí τ_{xy} , která vychází totožná s ručním výpočtem.



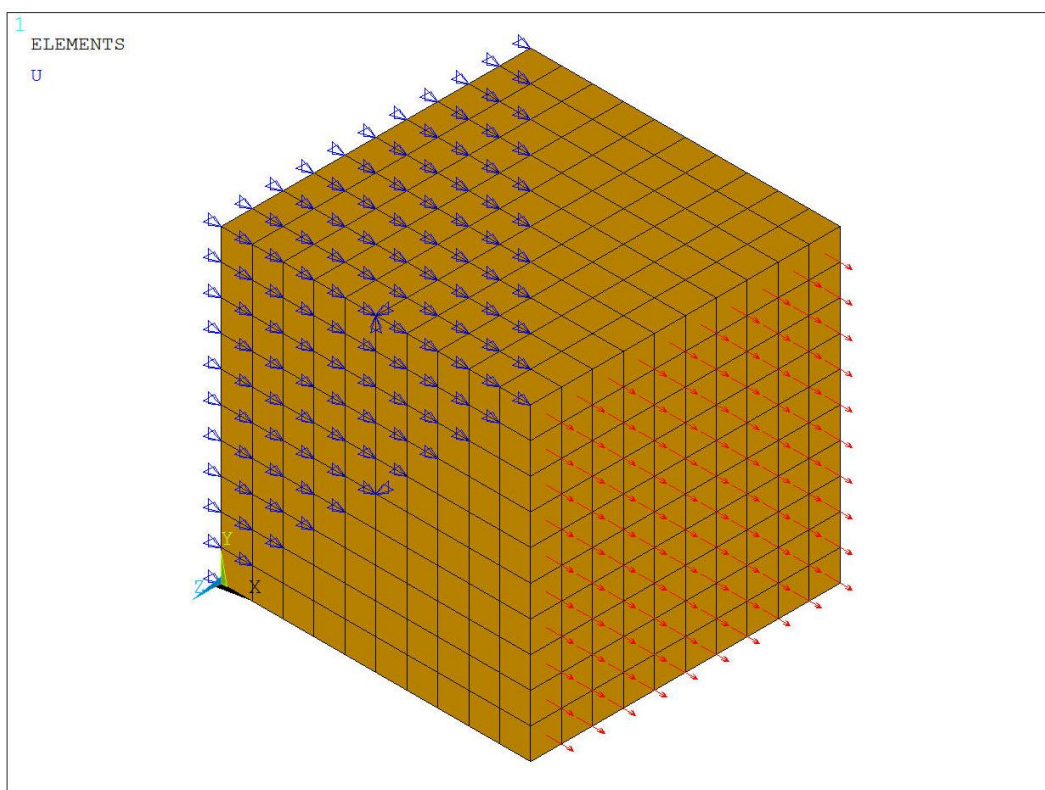
Obr. 4.10 Posunutí u_x – model M3



Obr. 4.11 Smykové napětí τ_{xy} – model M3

4.3. Chování ortotropního materiálu

Model ortotropního chování materiálu představuje krychli o straně $a = 0,1$ m s působícím plošným rovnoměrným zatížením působícím ve směru osy x o velikosti $p = -10 \text{ MNm}^{-2}$. Na obr. 4.12 je statické schéma, které platí pro modely M4 a M5. Použitým konečným prvkem je SOLID185. V tab. 4.2 jsou uvedeny materiálové charakteristiky, které popisují ortotropní chování smrkového dřeva a v tab. 4.3 jsou znázorněny anizotropní vlastnosti.



Obr. 4.12 Statické schéma modelu ortotropního materiálu

Tab. 4.2 Materiálové charakteristiky ortotropního materiálu [4]

Materiálové charakteristiky smrkového dřeva	Model		
	M4	M5	M6
modul pružnosti v tahu a tlaku E_x [MPa]	13650		
modul pružnosti v tahu a tlaku E_y [MPa]	789		
modul pružnosti v tahu a tlaku E_z [MPa]	289		
modul pružnosti ve smyku G_{xy} [MPa]	573		
modul pružnosti ve smyku G_{yz} [MPa]	474		
modul pružnosti ve smyku G_{xz} [MPa]	53		
Poissonův součinitel ν_{xy} [-]	0,04		
Poissonův součinitel ν_{yz} [-]	0,435		
Poissonův součinitel ν_{xz} [-]	0,035		
rovnoměrné plošné zatížení []	10	15	-

Tab. 4.3 Anizotropní vlastnosti smrkového dřeva [4]

Směr osy	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
tahová mez kluzu $f_{t0,k}$ [MPa]	10,0		
odpovídající modul zpevnění <i>H</i> [MPa]	136,5	7,9	2,9
tlaková mez kluzu $f_{c0,k}$ [MPa]	10,0		
odpovídající modul zpevnění <i>H</i> [MPa]	136,5	7,9	2,9
směr	<i>xy</i>	<i>yz</i>	<i>xz</i>
smyková mez kluzu $f_{v,k}$ [MPa]	1,7		
odpovídající modul zpevnění <i>H</i> [MPa]	5,7	4,7	0,5

Model M4

Tahové zatížení působící na plochu krychle v rovině *yz* má velikost $p = -10$ MPa (obr. 4.12). Zatížení ve směru osy *x* je v rovnováze s normálovým napětím, jeho hodnota se vyjádří

$$\sigma_x = -p = 10 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} = 10 \text{ MPa}.$$

Podle (3.3) a (3.4) se vypočítají pružné deformace k jednotlivým osám, tedy

$$\varepsilon_{e,x} = \varepsilon_{\text{tot},x} = \frac{\sigma_x}{E_x} = \frac{-p}{E_x} = \frac{10 \cdot 10^6}{13650 \cdot 10^6} = 0,733 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{e,y} = \varepsilon_{\text{tot},y} = -\nu_{xy} \varepsilon_{e,x} = -0,040 \cdot 0,733 \cdot 10^{-3} = -0,293 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{e,z} = \varepsilon_{\text{tot},z} = -\nu_{yz} \varepsilon_{e,x} = -0,025 \cdot 0,733 \cdot 10^{-3} = -0,183 \cdot 10^{-4}$$

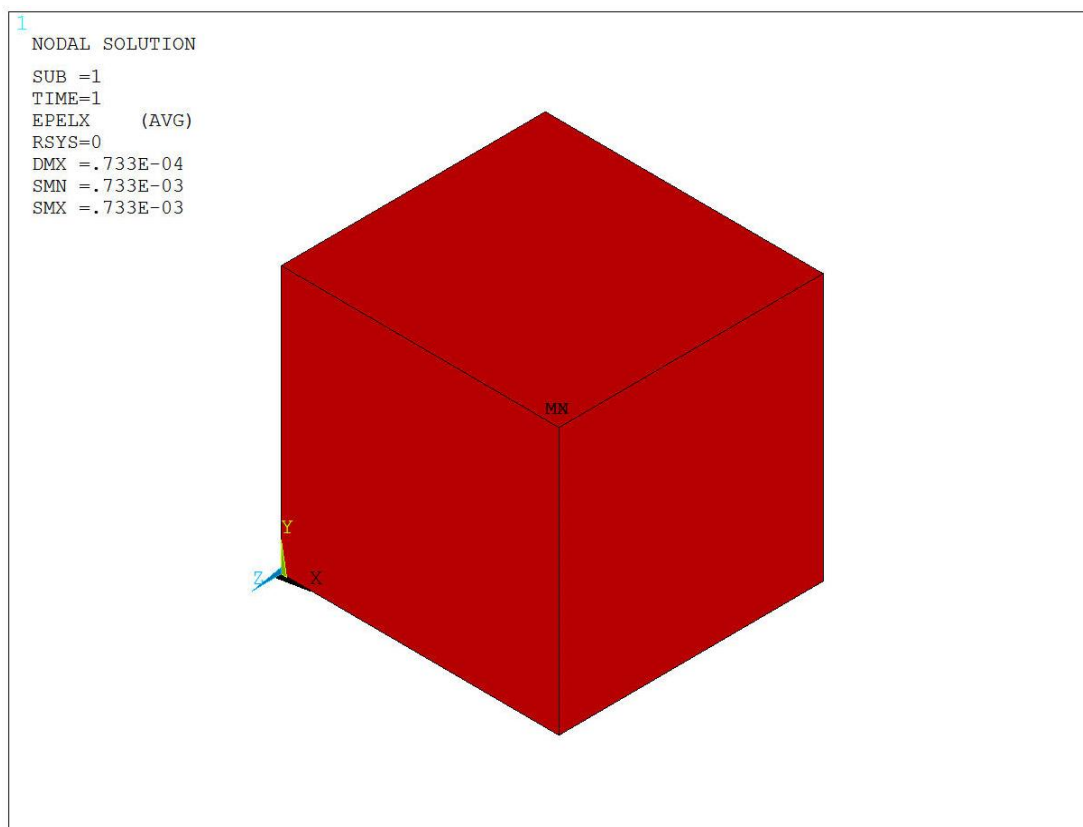
Úpravou (3.3) se dá určit posunutí ve všech směrech

$$u_x = \Delta a_x = \varepsilon_{e,x} a = 0,733 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 = 0,733 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

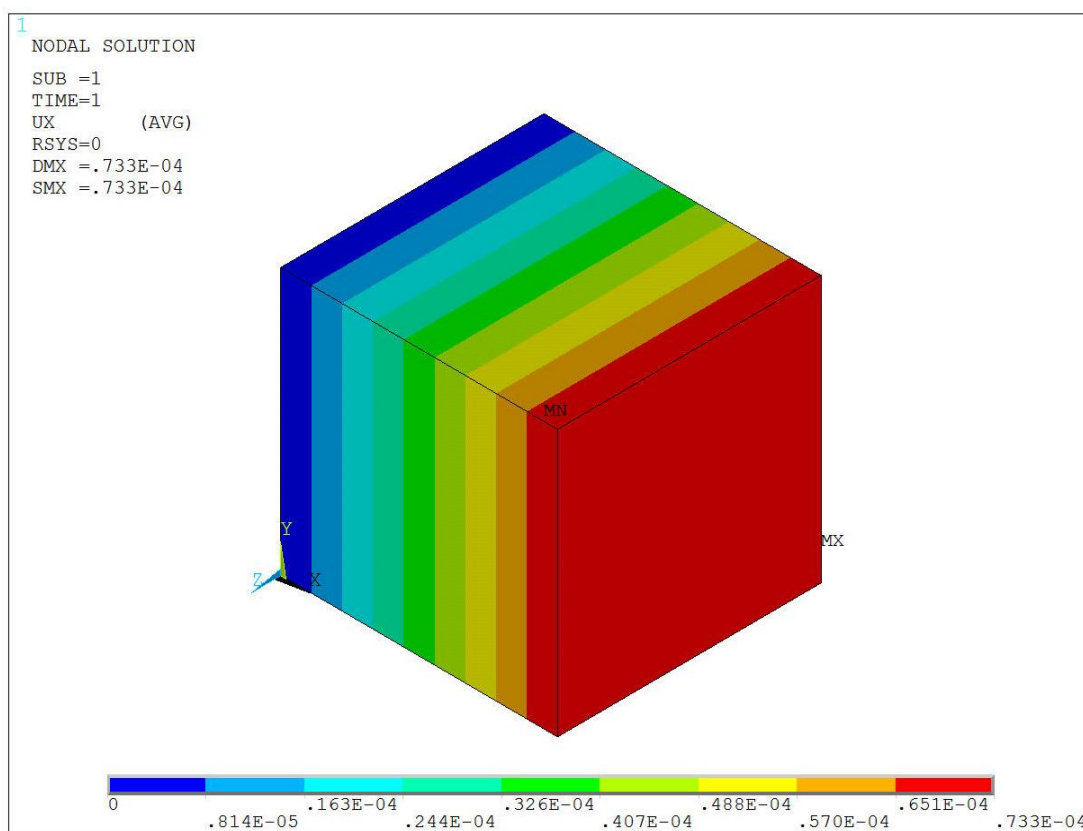
$$u_y = \Delta a_y = \varepsilon_{e,y} a = -0,293 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 = -0,293 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$u_z = \Delta a_z = \varepsilon_{e,z} a = -0,183 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 = -0,183 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Vypočítané hodnoty deformace $\varepsilon_{e,x} = 0,733 \cdot 10^{-3}$ (obr. 4.13) a posunutí $u_x = 0,733 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (obr. 4.14) z výpočtového programu ANSYS jsou ve srovnání s ručním výpočtem totožné.



Obr. 4.13 Pružná deformace $\varepsilon_{e,x}$ – model M4



Obr. 4.14 Posunutí u_x – model M4

Model M5

Stejně jako u modelu M1 je hodnota normálového napětí

$$\sigma_y = -p = 15 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2} = 15 \text{ MPa.}$$

Velikost rovnoměrného plošného zatížení p překračuje tahovou mez kluzu $f_{t0,k}$. Pracovní diagram je využitý a vznikají plastické deformace. Celková deformace je dána součtem plastické a pružné deformace:

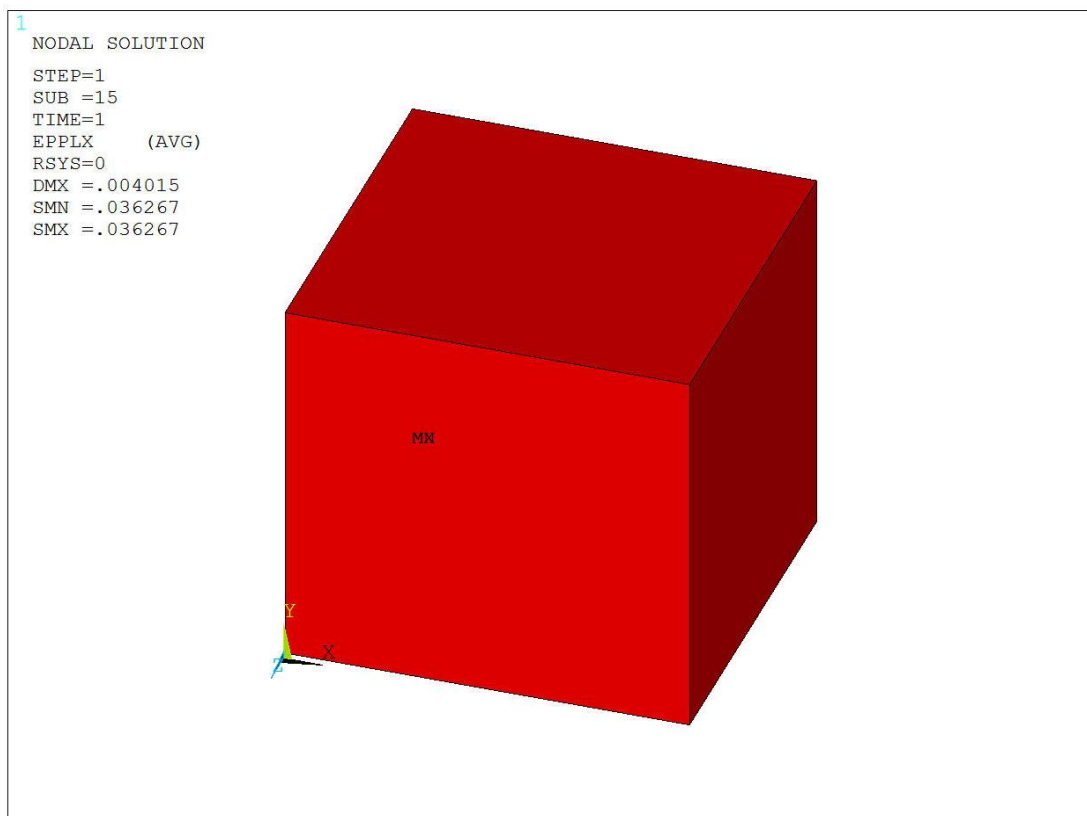
$$\varepsilon_{1,x} = \frac{f_{t0,k}}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{13\,650 \cdot 10^9} = 0,733 \cdot 10^{-3},$$

$$\varepsilon_{2,x} = \frac{\sigma_y - f_{t0,k}}{H_x} = \frac{15 \cdot 10^6 - 10 \cdot 10^6}{136,5 \cdot 10^6} = 0,03663,$$

$$\varepsilon_{el,x} = \frac{\sigma_y}{E_x} = \frac{15 \cdot 10^6}{136,5 \cdot 10^9} = 0,00110,$$

$$\varepsilon_{tot,x} = \varepsilon_{1,x} + \varepsilon_{2,y} = 0,0007326 + 0,03663 = 0,03736$$

$$\varepsilon_{p,x} = (\varepsilon_{1,x} + \varepsilon_{2,y}) - \varepsilon_{1,x} = (0,000733 + 0,03663) - 0,001099 = 0,03626.$$

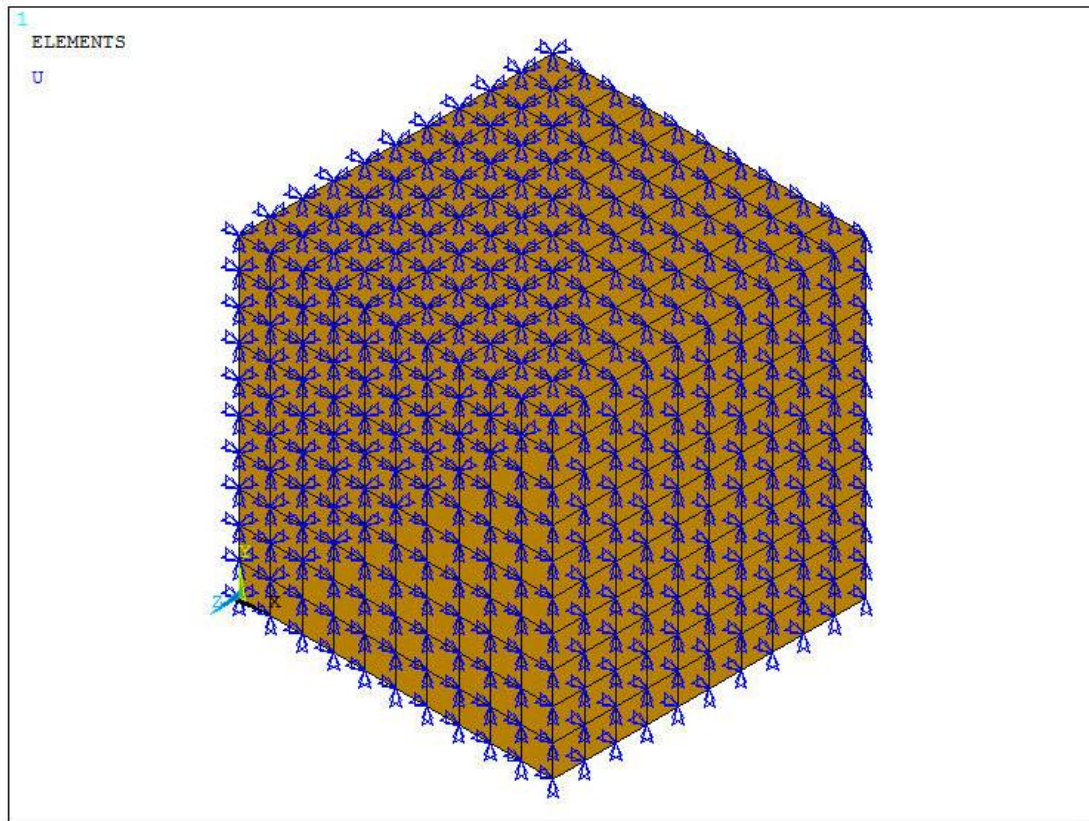


Obr. 4.15 Plastická deformace $\varepsilon_{p,x}$ – model M5

Na obr. 4.15 je vykreslena plastická deformace $\varepsilon_{p,y}$. Porovnání ručního výpočtu s programem ANSYS ukázalo naprostou shodu.

Model M6

Dále je model krychle, který má statické schéma na obr. 4.16 zatížen hodnotami posunutí, tak aby posun tělesa $u_x = \Delta a_x = 0,001$ m (obr. 4.17). Levé boční ploše v rovině yz je zabráněno všem posuvům do os x, y a z . Tab. 4.2 představuje materiálové vlastnosti použité v tomto modelu a v tab. 4.3 jsou uvedeny anizotropní vlastnosti smrkového dřeva.



Obr. 4.16 Statické schéma pro výpočet smykového napětí – model M6

Velikost zkosení γ je dána poměrem

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\Delta a_x}{a} = \frac{0,001}{0,1},$$

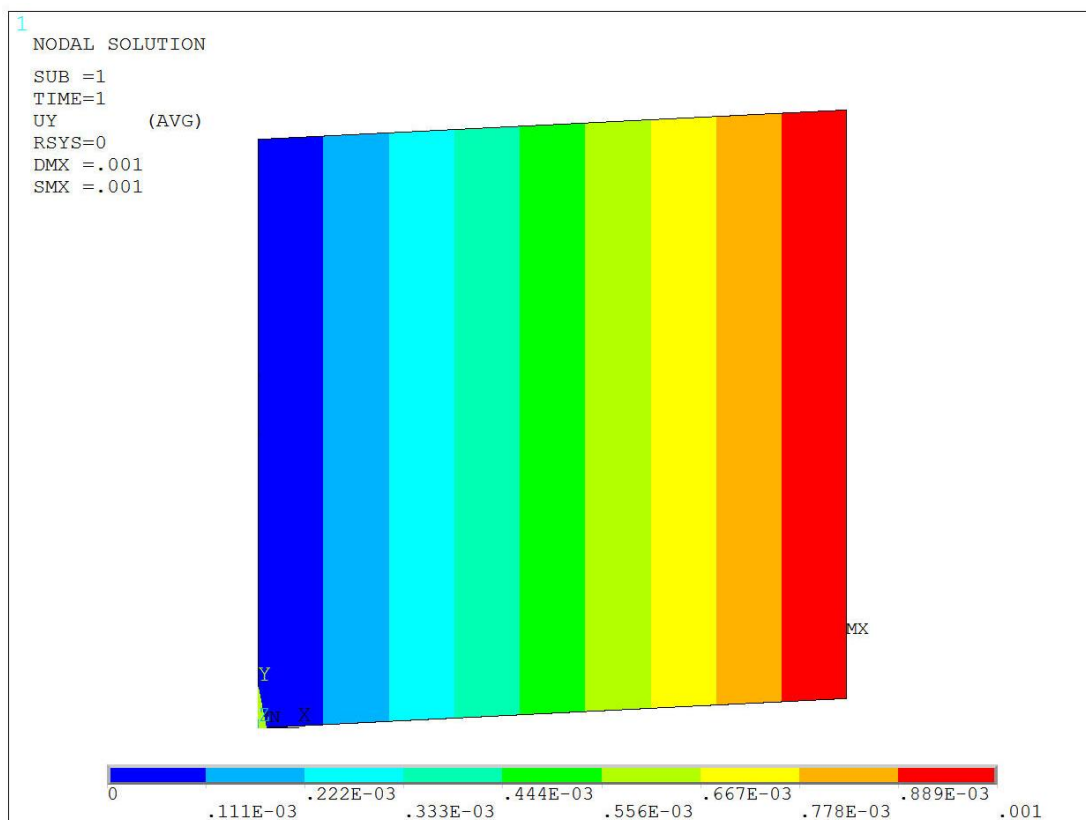
pro malé úhly platí, že $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$, pak

$$\gamma = \frac{\Delta a_x}{a} = \frac{0,001}{0,1} = 0,01.$$

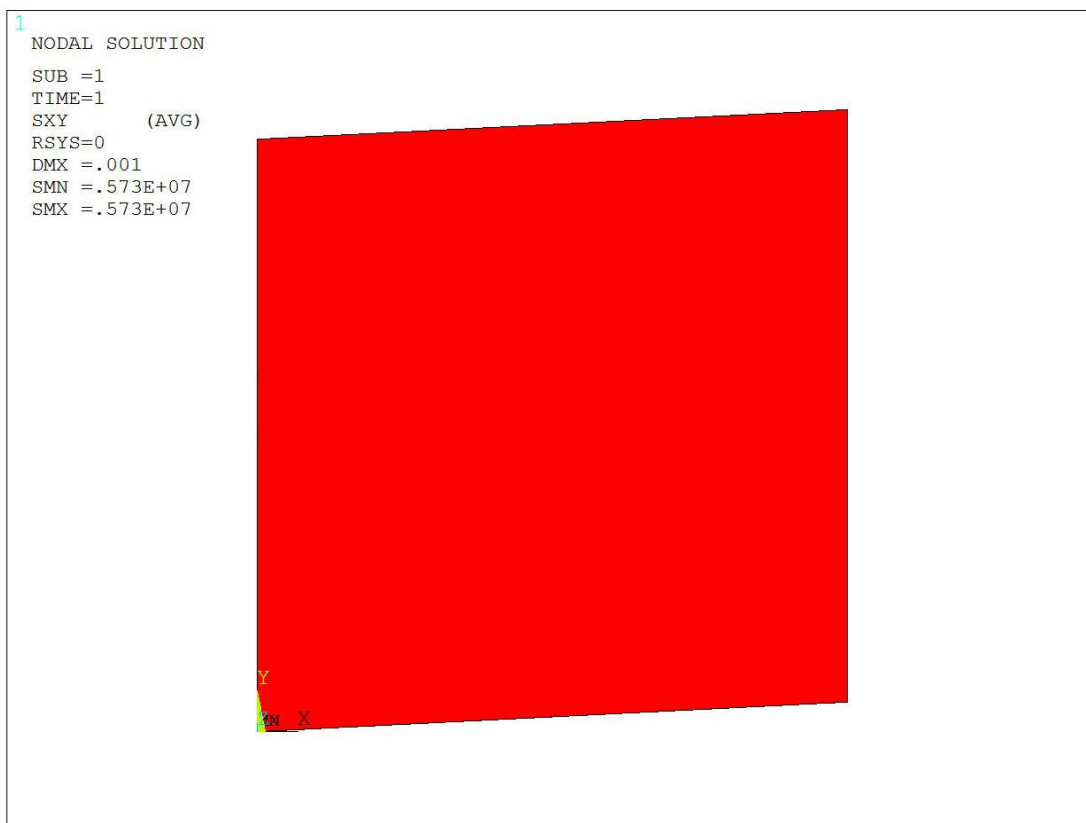
Z tab. 4.2 je velikost modulu pružnosti ve smyku $G_{xy} = 573$ MPa. Vypočtená hodnota smykového napětí v rovině xy má velikost

$$\tau_{xy} = G_{xy} \gamma_{xy} = 573 \cdot 10^6 \cdot 0,01 = 5,73 \text{ MPa}$$

Porovnání těchto výpočtů se shoduje s výsledky získané ve výpočtovém programu ANSYS. Obr. 4.17 odpovídá zadaným hodnotám posunutí a na obr. 4.18 je hodnota smykového napětí τ_{xy} totožná s ručním výpočtem.



Obr. 4.17 Posunutí u_x – model M6



Obr. 4.18 Smykové napětí τ_{xy} – model M6

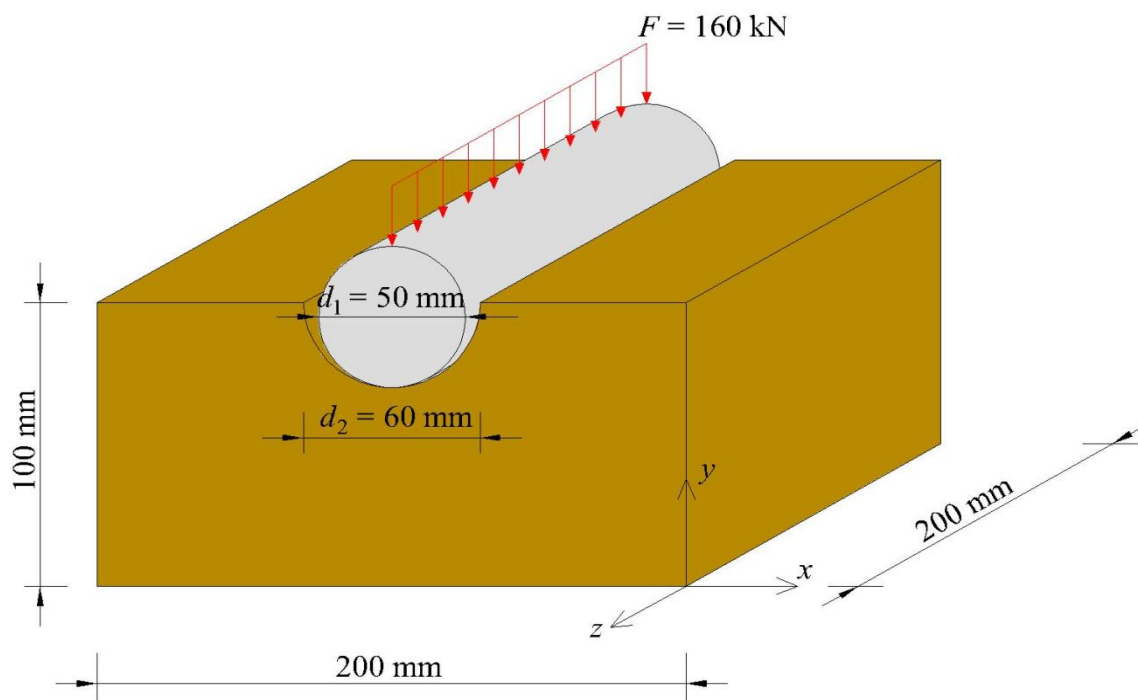
4.4 Určení napětí při otlacení

Numerický výpočet Hertzova kontaktního napětí odpovídá kontaktu dvou válců s rovnoběžnými osami. Na obr. 4.19 je znázorněna geometrie modelu, která představuje ocelový válec s průměrem $d_1 = 50$ mm a dřevěné těleso o velikosti $200 \times 200 \times 100$ mm s průměrem výřezu $d_2 = 60$ mm. Použitým konečným prvkem je SOLID185. Kontaktní plocha mezi povrchem ocelového válce a otvorem ve dřevěném tělese je modelována pomocí prvků CONTA174 a TARGE170 (modely K1 – K4). Tlaková síla působící na ocelový válec je $F = 160$ kN. Celé ploše dna dřevěného tělesa je zabráněno posuvům ve směru osy x , y a z . Přední a zadní ploše dřevěného tělesa v rovině xy je zabráněno posuvům do směru osy z . Přední a zadní ploše ocelového válce v rovině xy je zabráněno posuvům do směru osy x a z . Na obr. 4.20 a obr. 4.21 jsou zobrazena statická schémata modelu.

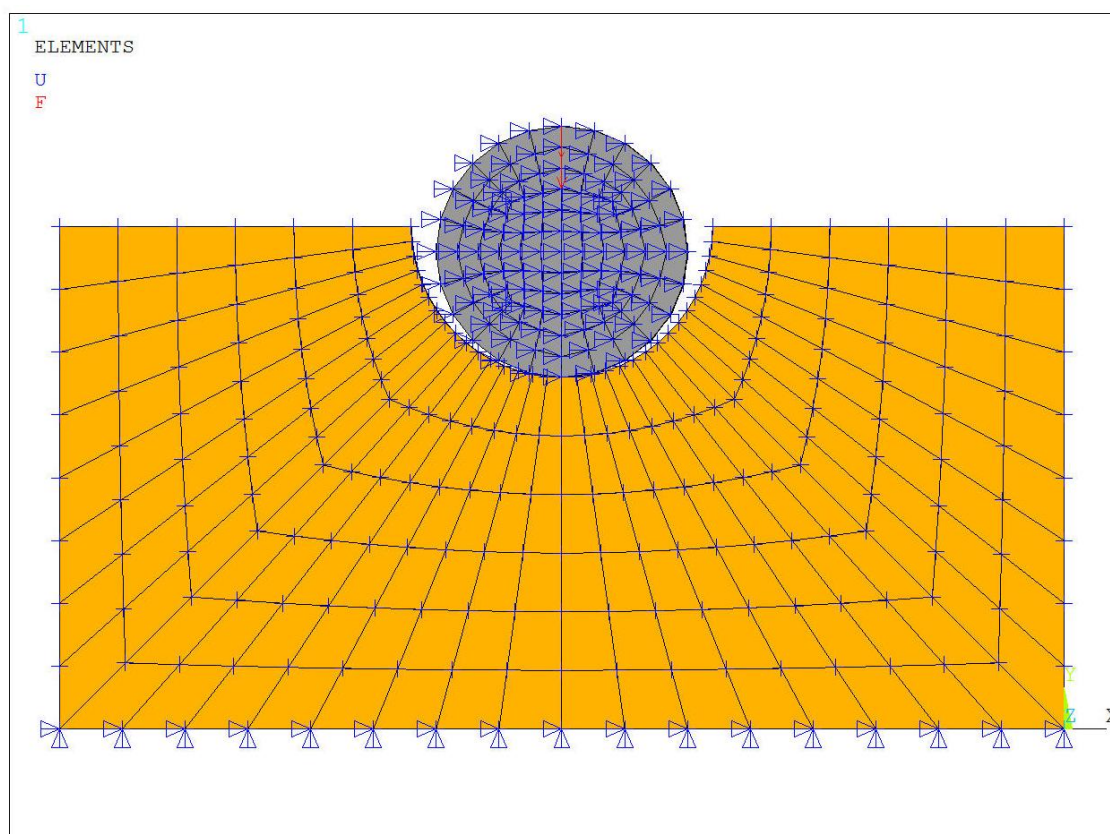
Jsou vytvořeny čtyři materiálové modely, ve kterých se mění materiálové vlastnosti smrkového dřeva. Ocelový válec je ve všech modelech uvažován jako izotropní materiál z oceli S235.

Modely K1 a K2 představují lineárně izotropní chování smrkového dřeva s materiálovými charakteristikami uvedené v tab. 4.1, přičemž v modelu K2 se uvažuje pružnoplastický materiálový model s izotropním zpevněním a Misesovou podmínkou plasticity, zatímco v modelu K1 se s ním nepočítá.

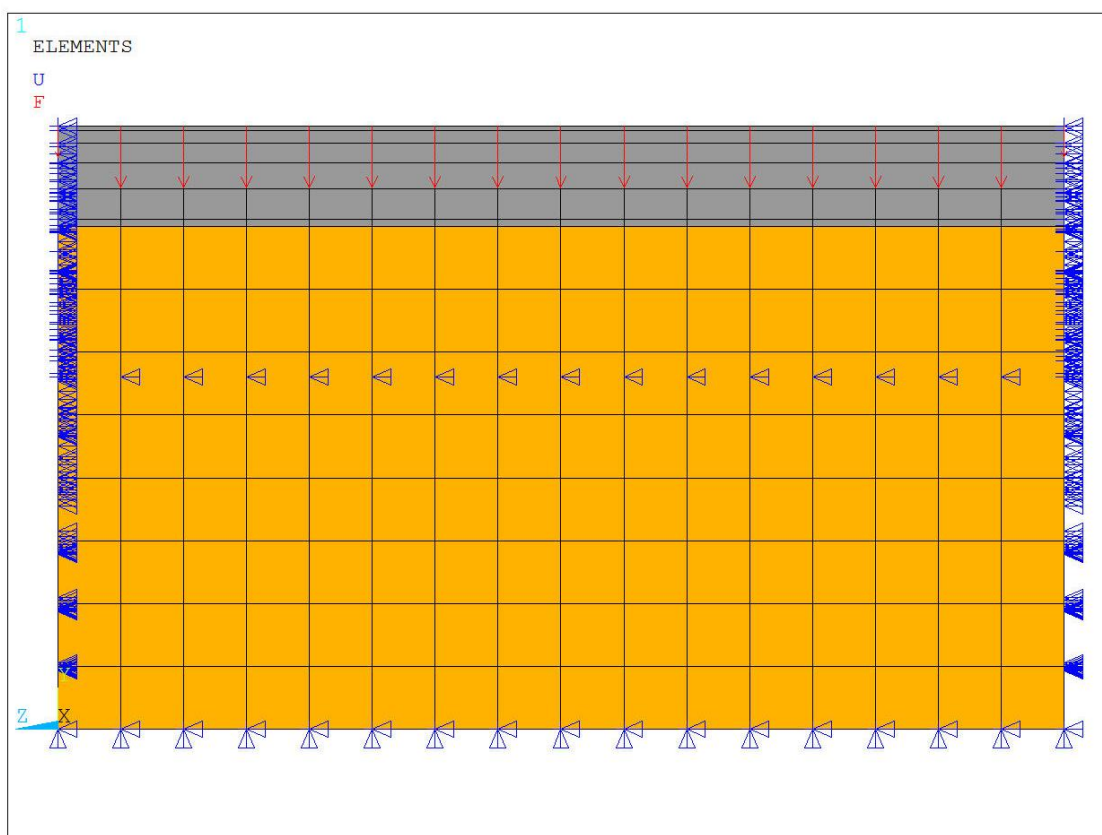
V tab. 4.2 jsou popsány materiálové charakteristiky lineárně ortotropního chování smrkového dřeva pro modely K3 a K4. Na rozdíl od modelu K3 je v K4 zahrnutý pružnoplastický materiálový model s izotropním zpevněním a anizotropní Hillovou podmínkou plasticity, která je uvedena v tab. 4.3.



Obr. 4.19 Geometrie modelů K1 – K4



Obr. 4.20 Statické schéma modelů K1 – K4 v rovině xy



Obr. 4.21 Statické schéma modelů K1 – K4 v rovině yz

Výpočet maximálního Hertzova kontaktního napětí:

Poloviční šířka obdélníkové kontaktní plochy se stanoví ze vztahu (3.36)

$$b = \sqrt{\frac{2F}{\pi L} \frac{\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 160 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,2} \frac{\frac{(1-0,3^2)}{210 \cdot 10^9} + \frac{(1-0,1^2)}{8 \cdot 10^9}}{\frac{1}{0,05} - \frac{1}{0,06}}} =$$

$$= 0,00442 \text{ m} = 4,42 \text{ mm}.$$

Celková šířka obdélníkové kontaktní plochy

$$2b = 2 \cdot 0,00442 = 0,00884 \text{ m} = 8,84 \text{ mm}.$$

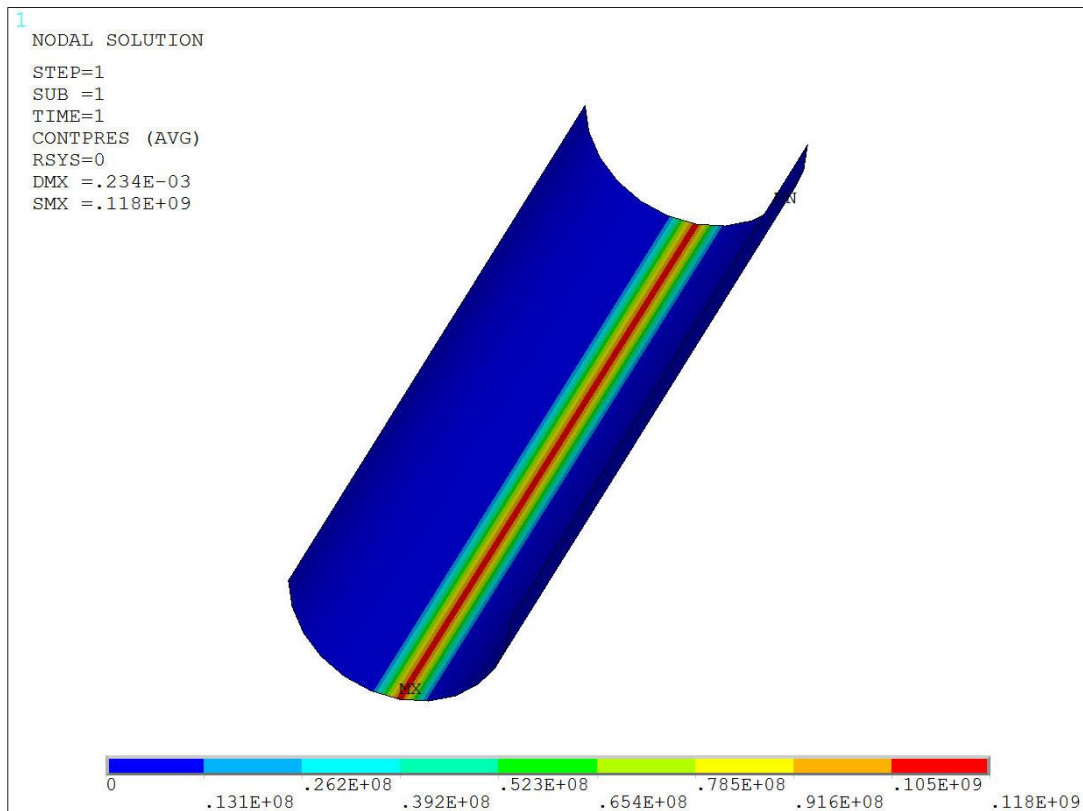
Maximální Hertzovo kontaktní napětí se určí ze vzorce (3.37)

$$p_{\max} = \frac{2F}{\pi b L} = \frac{2 \cdot 160 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,00442 \cdot 0,2} = 115225298 \text{ Pa} = 115,2 \text{ MPa}.$$

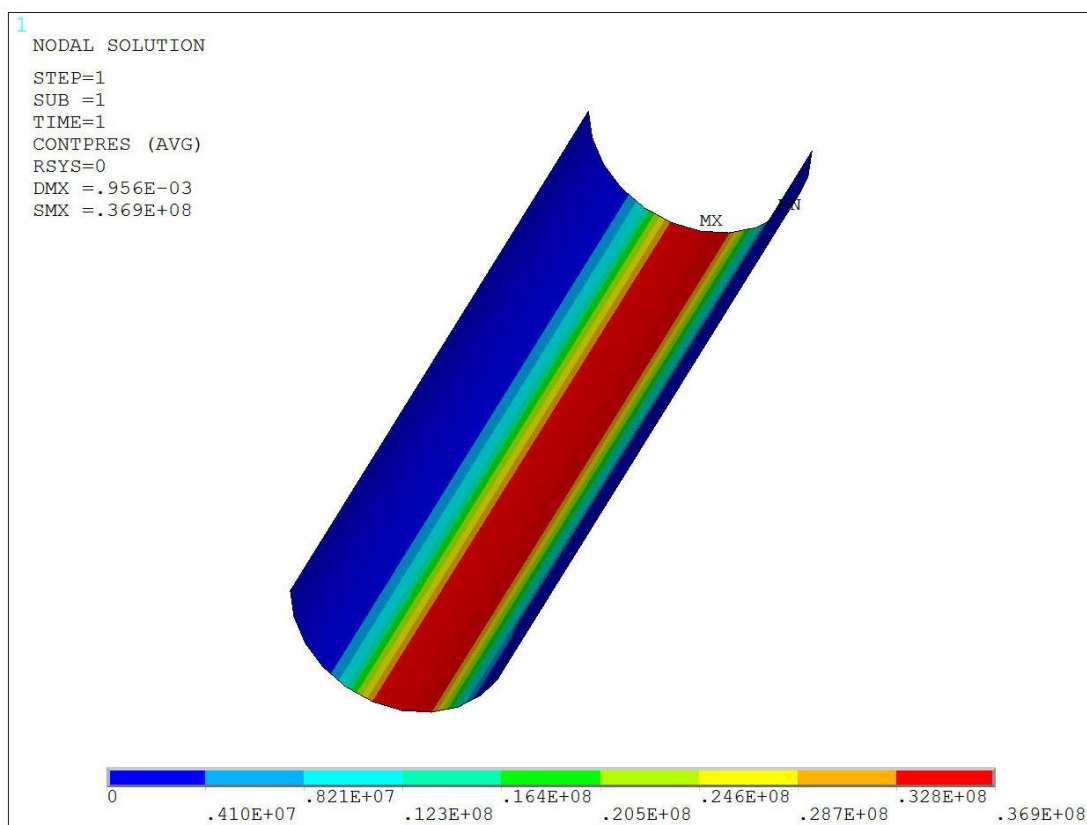
V tab. 4.4 jsou uvedeny výsledné hodnoty kontaktních napětí od modelů K1 – K4. Numerický výpočet prokázal u každého modelu různá kontaktní napětí.

Tab. 4.4 Souhrn výsledných kontaktních napětí

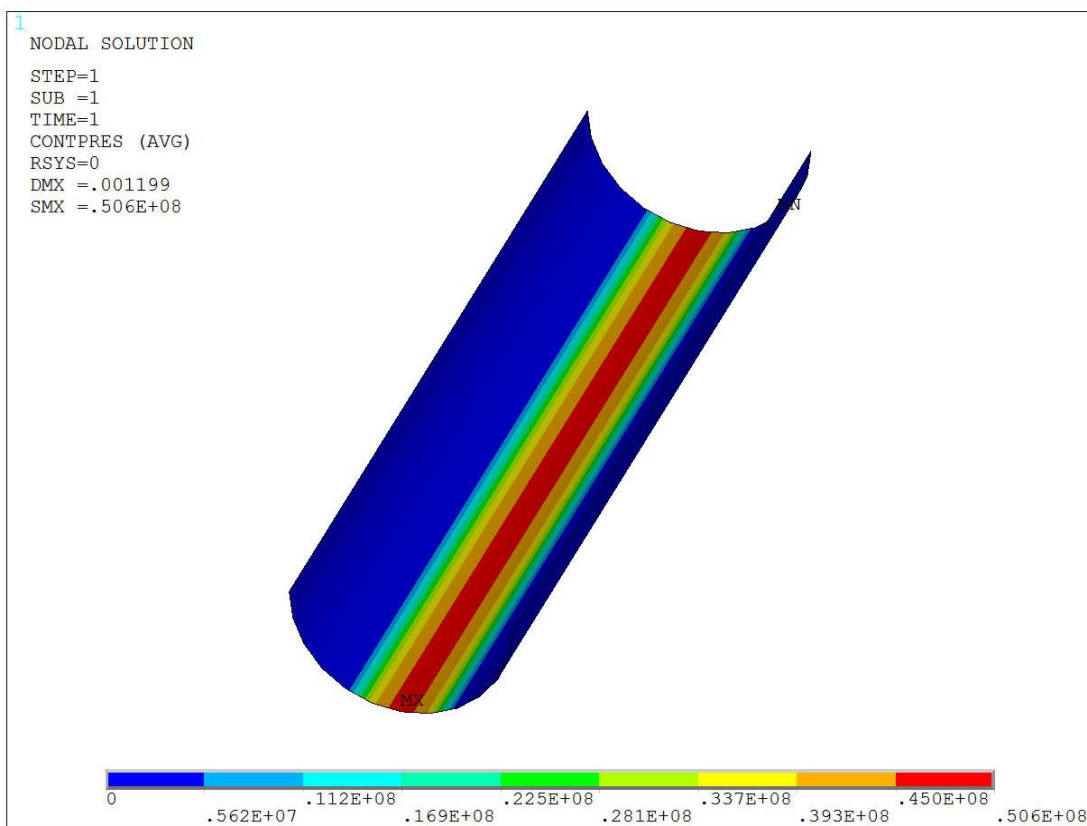
Model	K1	K2	K3	K4
kontaktní napětí p_{Ki} [MPa]	118,0	36,9	50,6	21,8



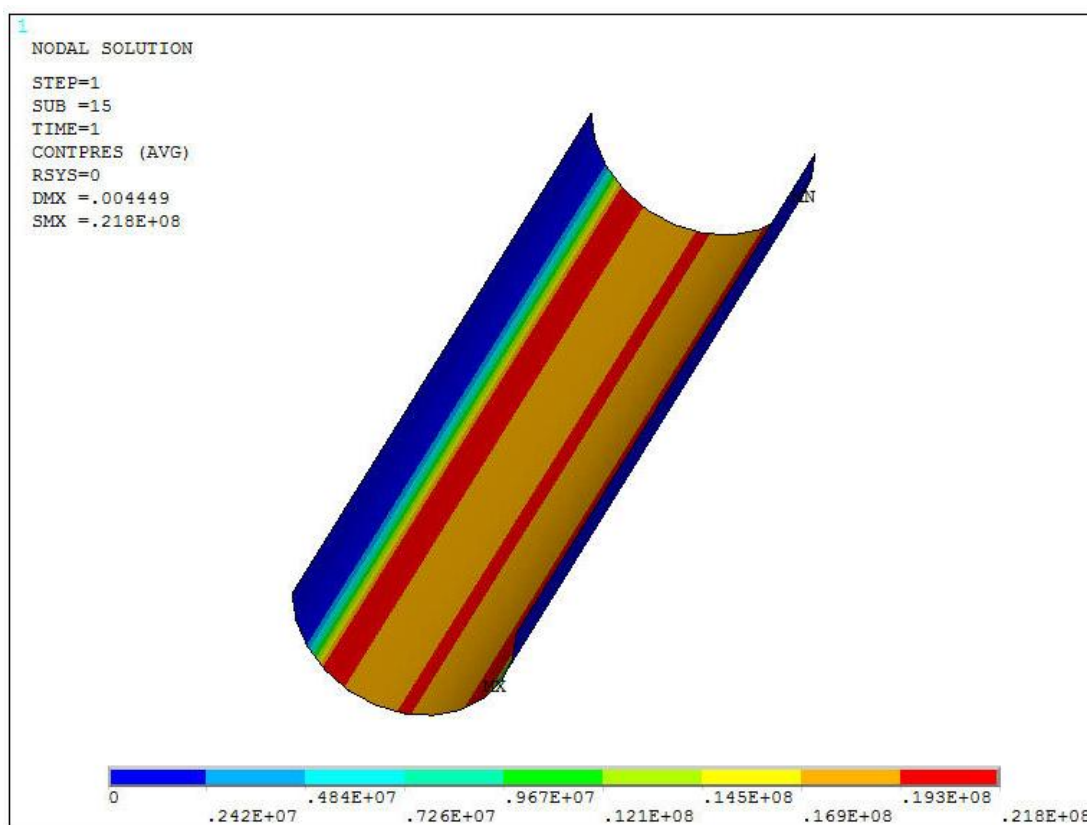
Obr. 4.22 Kontaktní napětí – K1



Obr. 4.23 Kontaktní napětí – K2



Obr. 4.24 Kontaktní napětí – K3

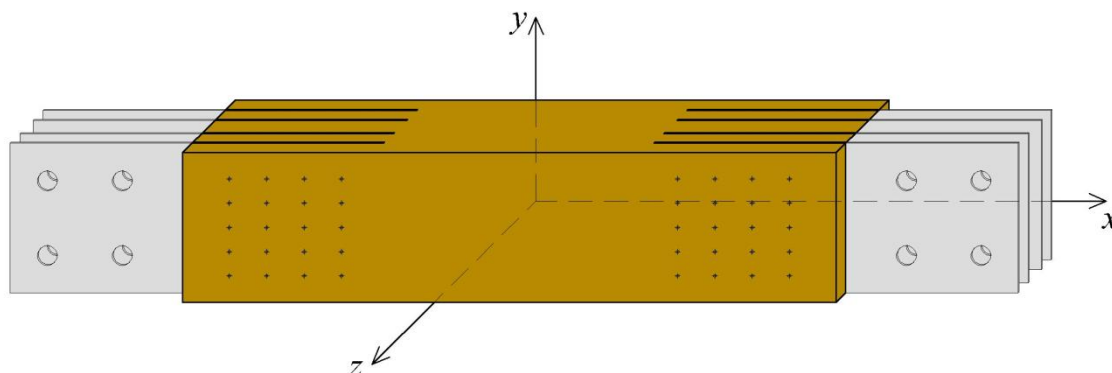


Obr. 4.25 Kontaktní napětí – K4

Na obr. 4.22 až obr. 4.25 jsou vykreslena výsledná kontaktní napětí od modelů K1 – K4. Jak je z nich vidět, se změnou materiálového modelu se výrazně mění hodnoty kontaktních napětí a také šířka kontaktní plochy. Model K1 s maximálním kontaktním napětím $p_{K1} = 118 \text{ MPa}$ se nejvíce přibližuje ručnímu řešení, které vychází $p_{\max} = 115,2 \text{ MPa}$. Z výsledků řešení je patrné, že použití různých materiálových modelů má výrazný vliv na velikost kontaktního napětí.

5. Statická analýza spoje dřevěné konstrukce

Modelovaný spoj vychází z již realizovaného experimentu v rámci disertační práce s názvem *Analýza spojů dřevěných konstrukcí s vkládanými styčnickovými plechy* [10] Ing. Zdeňka Vejputka, Ph.D., který poskytl podklady ke zhotovení této kapitoly.



Obr. 5.1 Dřevěný spoj se vkládanými tenkými ocelovými plechy

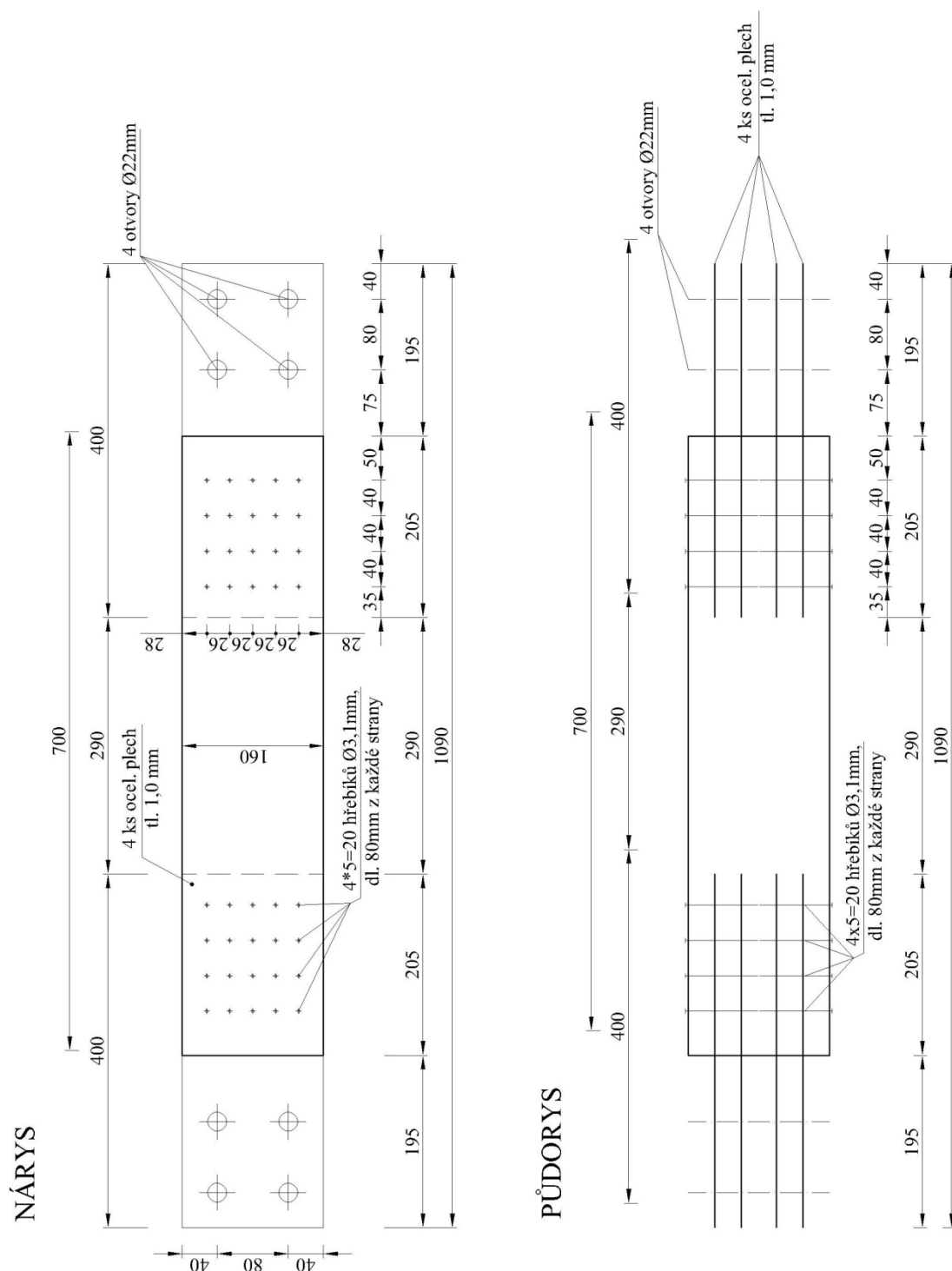
Jedná se o symetrický dřevěný spoj s celkem osmi vkládanými ocelovými tenkými plechy o tloušťce 1 mm a s hřebíky o průměru 3,1 mm délky 80 mm (obr. 5.1). Je použito smrkové dřevo s různými materiálovými vlastnostmi. Na obr. 5.2 jsou znázorněna zkušební tělesa, která byla použita v disertační práci [26]. Pro moji diplomovou práci je zvolený dřevěný spoj s označením PH-I.



Obr. 5.2 Pohled na zkušební tělesa [10] – řešený spoj s označením PH-I

5.1 Geometrie spoje s tenkými plechy a hřebíky

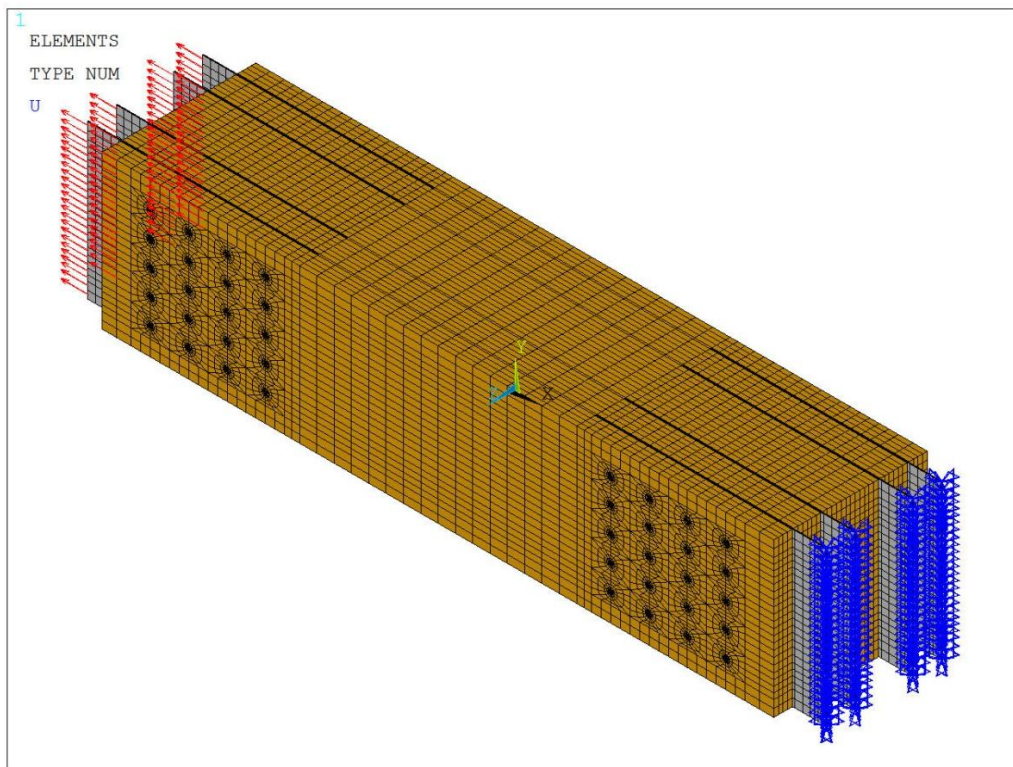
Na obr. 5.3 je uvedený půdorys a nárys řešeného dřevěného spoje. Rozměry dřevěného zkušebního tělesa jsou $160 \times 160 \times 700$ mm a tenkých ocelových plechů jsou $160 \times 400 \times 1$ mm. Celý spoj je probitý dvaceti hřebíky o průměru 3,1 mm a délky 80 mm z každé strany.



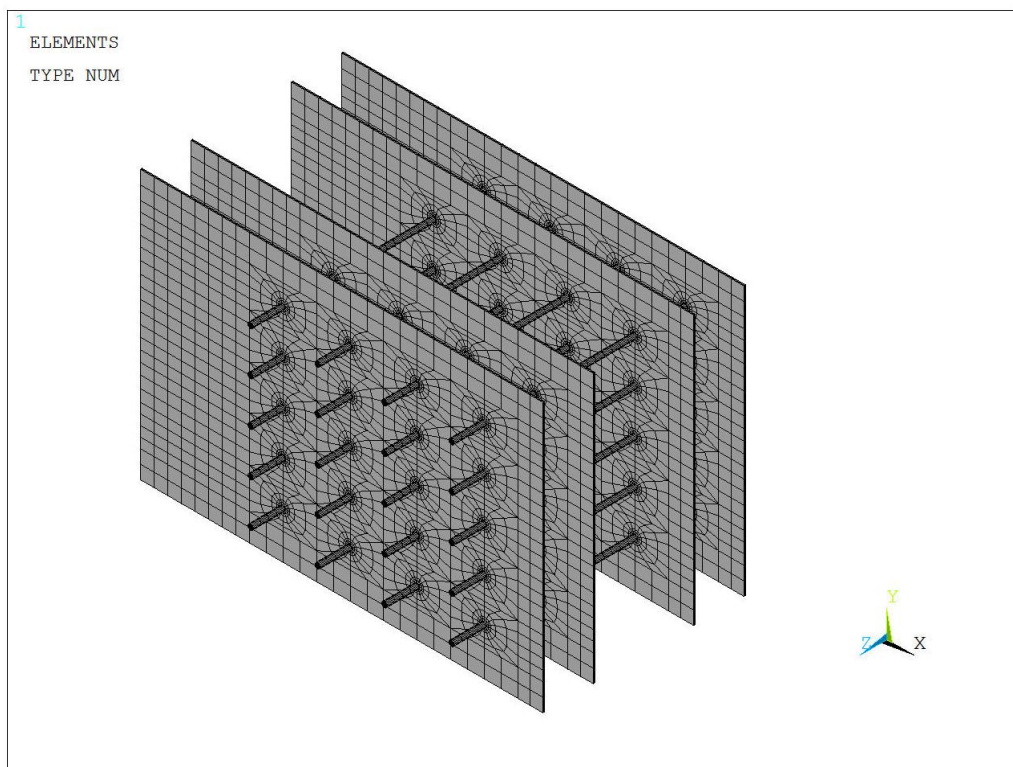
Obr. 5.3 Geometrie hřebíkového dřevěného spoje s tenkými plechy podle [10]

5.2 Numerický model spoje

Model dřevěného spoje s tenkými vkládanými ocelovými plechy a hřebíky je zhotoven ve výpočetním programu ANSYS.



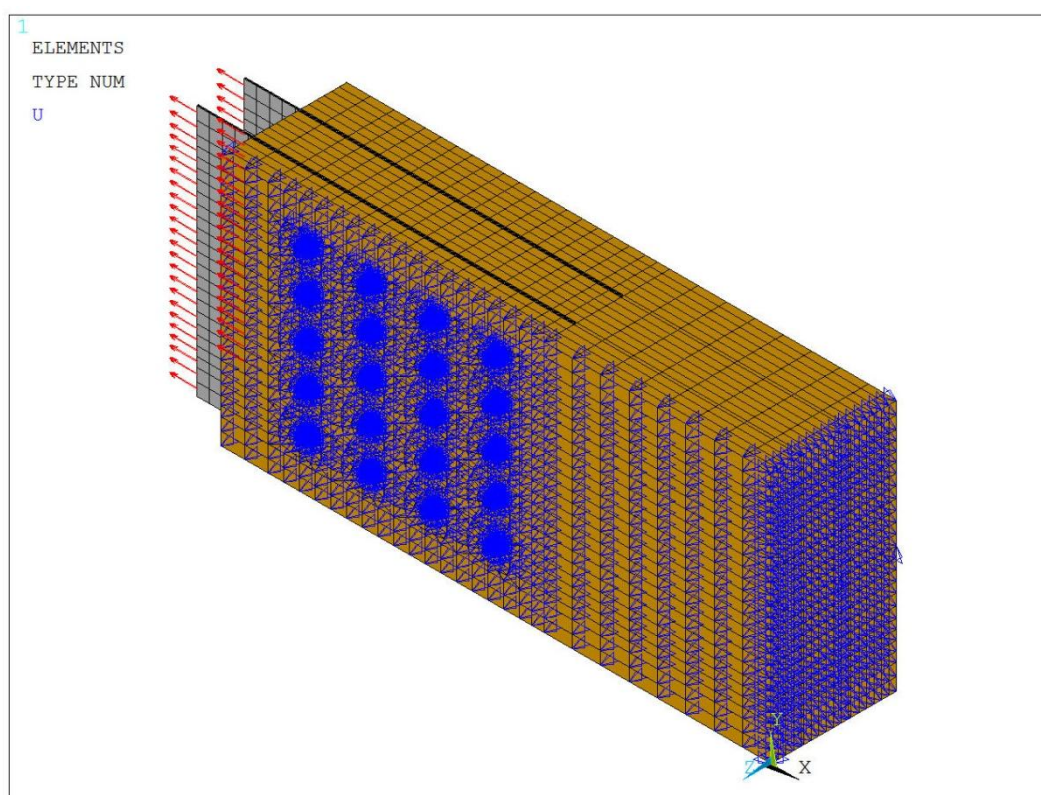
Obr. 5.4 Model spoje s vkládanými tenkými plechy a hřebíky



Obr. 5.5 Ocelové tenké plechy s hřebíky

Celkově je vytvořeno 12 různých variant 3D numerických modelů, ve kterých se mění materiálové charakteristiky smrkového dřeva. Výsledky jsou porovnány s grafem získaným z fyzikálního experimentu [10]. Na obr. 5.4 je znázorněn axonometrický pohled na model spoje s použitým konečným prvkem SOLID185, na obr. 5.5 jsou zobrazeny samostatné ocelové tenké plechy s hřebíky.

S ohledem na symetrii modelu k rovinám xz a yz a na časovou náročnost výpočtů je řešený model spoje zjednodušen tak, aby jeho část použitá k numerickému modelování přesně vystihovala celkový model. Na obr. 5.6 je uvedeno statické schéma tohoto zjednodušeného modelu spoje. V přední ploše xy je zabráněno posuvům do osy z , u pravé krajní plochy yz je zamezeno posuvům do osy x a současně ve dvou bodech (střed pravé krajní plochy a střed zadní hrany této plochy) je zamezeno posuvům do osy y .



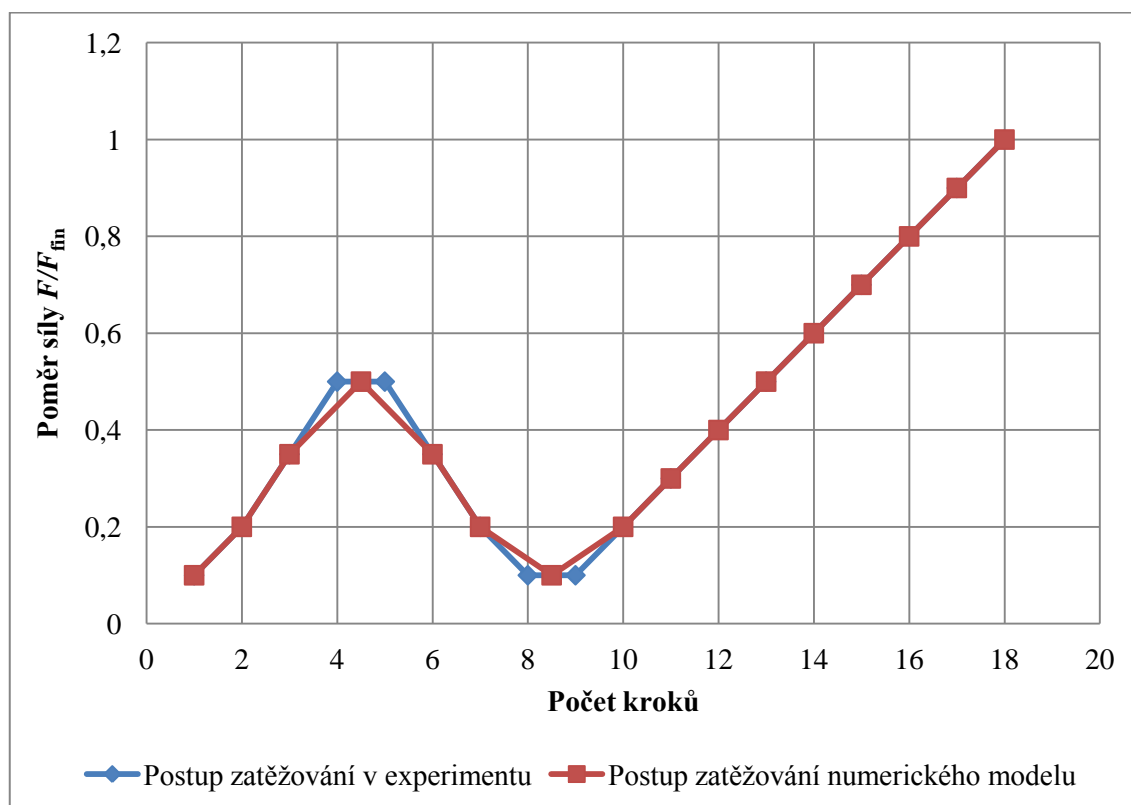
Obr. 5.6 Statické schéma zjednodušeného modelu spoje

Pro ukázkou uvádím upevnění zkušební tělesa do zatěžovací stolice (obr. 5.7). Realizace experimentu byla provedena v několika fázích. V první fázi bylo zkušební těleso zatíženo předběžným zatížením, kde se vyrovnávaly nepřesnosti [10]. Hodnota předběžného zatížení se zvolila tak, aby bylo dosaženo posunu všech spojovacích prostředků. Ve druhé fázi byl spoj zatížen plným předběžným zatížením, kde probíhalo aktivování všech spojovacích prostředků. Ve třetí fázi bylo zkušební těleso po odtížení na minimální hodnotu zatížení připraveno pro experiment. V poslední fázi byl spoj zatěžován tahovou silou až do porušení, které nastalo při hodnotě $F_{\max} = 130,5$ kN. Očekávaná pevnost uváděná výrobcem činí $F = 75,0$ kN.



Obr. 5.7 Upínací přípravek fyzikálního experimentu [10]

Průběh zatížení byl v experimentu zvolený podle normy ČSN EN 26891 [12] a znázorněn v grafu s 18 kroky [10]. V numerickém modelování je celý průběh zatížení rozdělen do 16 kroků, ve kterých působící tahová síla F na jeden plech odpovídá červené křivce znázorněné na obr. 5.8. Pro snadnější zadávání zatížení do programového systému ANSYS jsou působící tahové síly z jednotlivých kroků přepočítány na tahové plošné zatížení plechu, uvedené v tab. 5.1.



Obr. 5.8 Graf průběhu postupného zatěžování numerického modelu

Tab. 5.1 Hodnoty tahové síly F a přepočítaného tahového zatížení v jednotlivých zatěžovacích krocích

Zatěžovací krok	Poměr sil F/F_{fin}	Tahová síla F působící na jeden plech [kN]	Přepočítaná hodnota tahové síly F na spojitě rovnoměrné zatížení q [MNm ⁻²]
1	0,1	3,263	20,391
2	0,2	6,525	40,781
3	0,35	11,419	71,367
4	0,5	16,313	101,953
5	0,35	11,419	71,367
6	0,2	6,525	40,781
7	0,1	3,263	20,391
8	0,2	6,525	40,781
9	0,3	9,788	61,172
10	0,4	13,050	81,563
11	0,5	16,313	101,953
12	0,6	19,575	122,344
13	0,7	22,838	142,734
14	0,8	26,100	163,125
15	0,9	29,363	183,516
16	1,0	32,625	203,906

5.3 Použité materiálové vlastnosti

Celkově je vytvořeno 12 různých variant spojů se vkládanými tenkými plechy a hřebíky, ve kterých se mění materiálové charakteristiky znázorněné v tab. 5.2. Modely jsou vytvořeny tak, aby bylo možné vystihnout co nejpresnější přiblížení k fyzikálnímu experimentu.

Tab. 5.2 Varianty materiálových modelů

Varianta	Materiálový model		Kontakty	Podmínka plasticity		Pracovní diagram	Zpevnění	Mez kluzu $f_{0,k}^*$ [MPa]
	plechy s hřebíky	smrkové dřevo		plechy s hřebíky	smrkové dřevo			
V1	lineárně izotropní		ne	-	-	-	-	-
V2			ano					
V3	lineárně izotropní	lineárně ortotropní	ne	-	-	-	-	-
V4			ano					
V5	lineárně izotropní		ano	Misesova		pružno-plastický	izotropní	10
V6								8,0
V7								6,0
V8								5,2
V9								5,0
V10	lineárně izotropní	lineárně ortotropní	ano	Misesova	Hillova	pružno-plastický	izotropní	10
V11								8,0
V12								6,0

Pozn.: Hodnota meze kluzu f_y pro plechy a hřebíky je 235 MPa (varianty V5 – V12).

* Hodnoty mezí kluzu $f_{t0,k}$ odpovídají smrkovému dřevu C16.

Materiálové charakteristiky ocelových plechů a hřebíků z oceli S235 a smrkového dřeva s pevnostní třídou C16 jsou pro izotropní chování materiálu uvedeny v tab. 5.3. Tato tabulka se týká variant modelů V1, V2 a V5 – V9.

Tab. 5.3 Izotropní vlastnosti smrkového dřeva C16 a oceli S235 [2], [13]

Materiálové charakteristiky	Smrkové dřevo (C16)	Plechy a hřebíky (S235)
modul pružnosti v tahu a tlaku E [MPa]	8000	210000
modul zpevnění H [MPa]	80	10
Poissonův součinitel ν [-]	0,1	0,3
hustota ρ [kgm ⁻³]	370	7850
součinitel tření * f [-]	0,3	0,3

Pozn.: Hodnoty mezí kluzu $f_{t0,k}$ pro varianty V5 – V9 jsou uvedeny v tab. 5.2

* Součinitel tření f je pouze ve variantách s kontaktem, viz tab. 5.2

Pro ortotropní chování smrkového dřeva s pevnostní třídou C16 platí tab. 5.4. Tato tabulka zahrnuje materiálové charakteristiky pro varianty V3, V4 a V10 – V12. Tab. 5.5 popisuje anizotropní vlastnosti smrkového dřeva s Hillovou podmínkou plasticity. Podmínka je splněna, pokud je tahová mez kluzu $f_{t0,k}$ rovna tlakové mezi kluzu $f_{c0,k}$. Ocelové tenké plechy s hřebíky zůstávají ve všech variantách izotropní. Materiálové charakteristiky pro plechy a hřebíky (S235) jsou uvedeny v tab. 5.3.

Tab. 5.4 Ortotropní vlastnosti smrkového dřeva C16 [4]

Materiálové charakteristiky	Smrkové dřevo (C16)
modul pružnosti v tahu a tlaku E_x [MPa]	13650
modul pružnosti v tahu a tlaku E_y [MPa]	789
modul pružnosti v tahu a tlaku E_z [MPa]	289
modul pružnosti ve smyku G_{xy} [MPa]	573
modul pružnosti ve smyku G_{yz} [MPa]	474
modul pružnosti ve smyku G_{xz} [MPa]	53
Poissonův součinitel ν_{xy} [-]	0,04
Poissonův součinitel ν_{yz} [-]	0,435
Poissonův součinitel ν_{xz} [-]	0,035
hustota ρ [kgm ⁻³]	370
součinitel tření f [-] *	0,3

Pozn.: Hodnoty mezí kluzu $f_{t0,k}$ pro varianty V10 – V12 jsou uvedeny v tab. 5.2

* Součinitel tření f je použitý pouze ve variantách s kontaktem, viz tab. 5.2

Tab. 5.5 Anizotropní vlastnosti smrkového dřeva C16 [4]

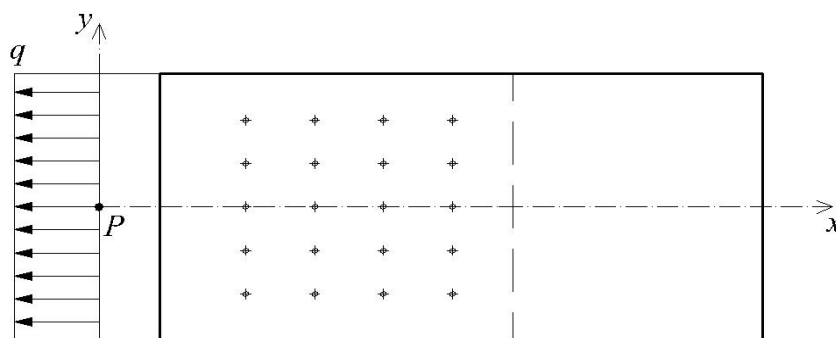
Směr osy	x			y			z		
Varianta	V10	V11	V12	V10	V11	V12	V10	V11	V12
tahová mez kluzu $f_{t0,k}$ [MPa]	10,0	8,0	6,0	10,0	8,0	6,0	10,0	8,0	6,0
odpovídající modul zpevnění H [MPa]	136,5			7,9			2,9		
tlaková mez kluzu $f_{t0,k}$ [MPa]	10,0	8,0	6,0	10,0	8,0	6,0	10,0	8,0	6,0
odpovídající modul zpevnění H [MPa]	136,5			7,9			2,9		
Směr	xy			yz			xz		
smyková mez kluzu $f_{v,k}$ [MPa]	1,7								
odpovídající modul zpevnění H [MPa]	5,7			4,7			0,5		

5.4 Různé varianty použitých materiálových modelů

Na obr. 5.9 je znázorněno zkušební těleso se dvěma tenzometry, pomocí nichž byl měřen posun spoje. Při experimentu se posun spoje měřil mezi maticemi vysokopevnostních šroubů upínacího přípravku, které se vůči spoji neposunují a základním materiálem poblíž zkušebního tělesa [10].



Obr. 5.9 Měření posunu spoje pomocí tenzometrů [10]

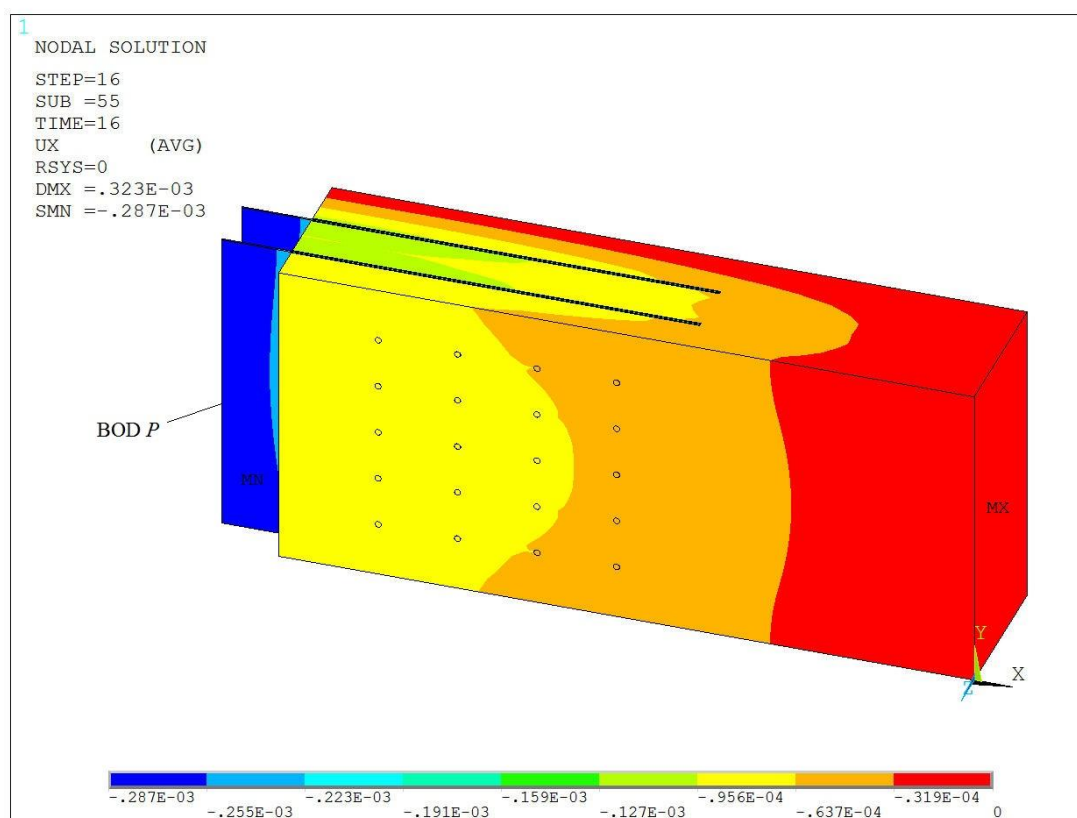


Obr. 5.10 Měření posunu spoje numerického modelu (bod P)

Při modelování spoje ve výpočetním systému ANSYS je posun spoje vyhodnocován v bodě P (obr. 5.10), který odpovídá středu tenkých vkládaných plechů. Z hlediska srovnání numerického řešení s experimentem se tento bod P jeví jako nejvystižnější.

5.4.1. Varianty V1 – V4

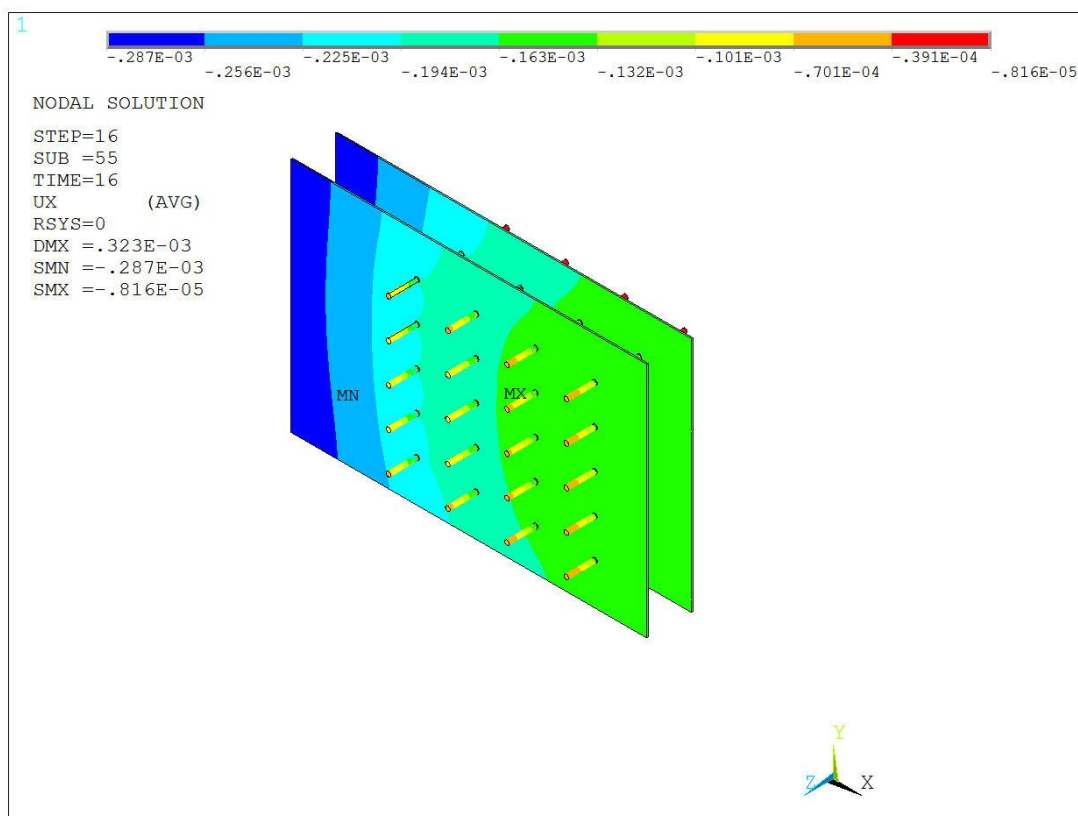
Ve variantě V1 a V2 se předpokládá, že smrkové dřevo a ocelové plechy s hřebíky působí jako izotropní materiál o materiálových charakteristikách, které jsou uvedeny v tab. 5.3. Dále je zahrnut vliv působení kontaktů na plochách, kde se hřebíky dotýkají otvorů ve dřevěném tělese. Varianta V1 neobsahuje kontakty, tudíž veškeré uzly jsou vzájemně spojeny, naopak varianta V2 vliv kontaktů zahrnuje. Pro varianty V3 a V4 platí podobný předpoklad jako pro varianty V1 a V2, přičemž smrkové dřevo se uvažuje jako ortotropní materiál (tab. 5.4). Varianta V3 kontakty neobsahuje, naopak varianta V4 vliv kontaktů zohledňuje.



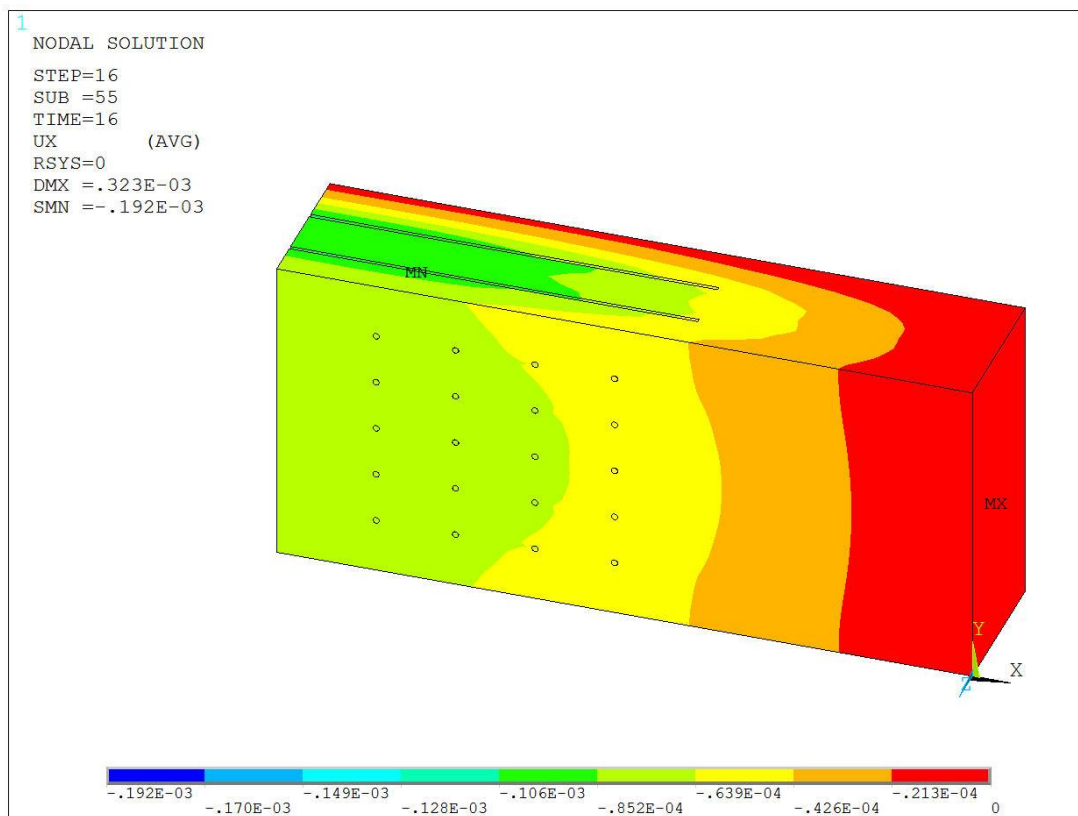
Obr. 5.11 Hřebíkový spoj s tenkými ocelovými plechy – posunutí $u_{x,V4}$

Na obr. 5.11 je uvedeno konečné posunutí spoje s největší hodnotou $u_{x,max,V4} = 0,287$ mm, která vzniká na koncích plechů. Pro každý zatěžovací krok je posun spoje vyhodnocován bodě P a jeho hodnota činí $u_{x,P,V4} = 0,280$ mm. Z obr. 5.12 je zřejmé, jak se jednotlivé řady hřebíků a tenké ocelové plechy postupně posunují.

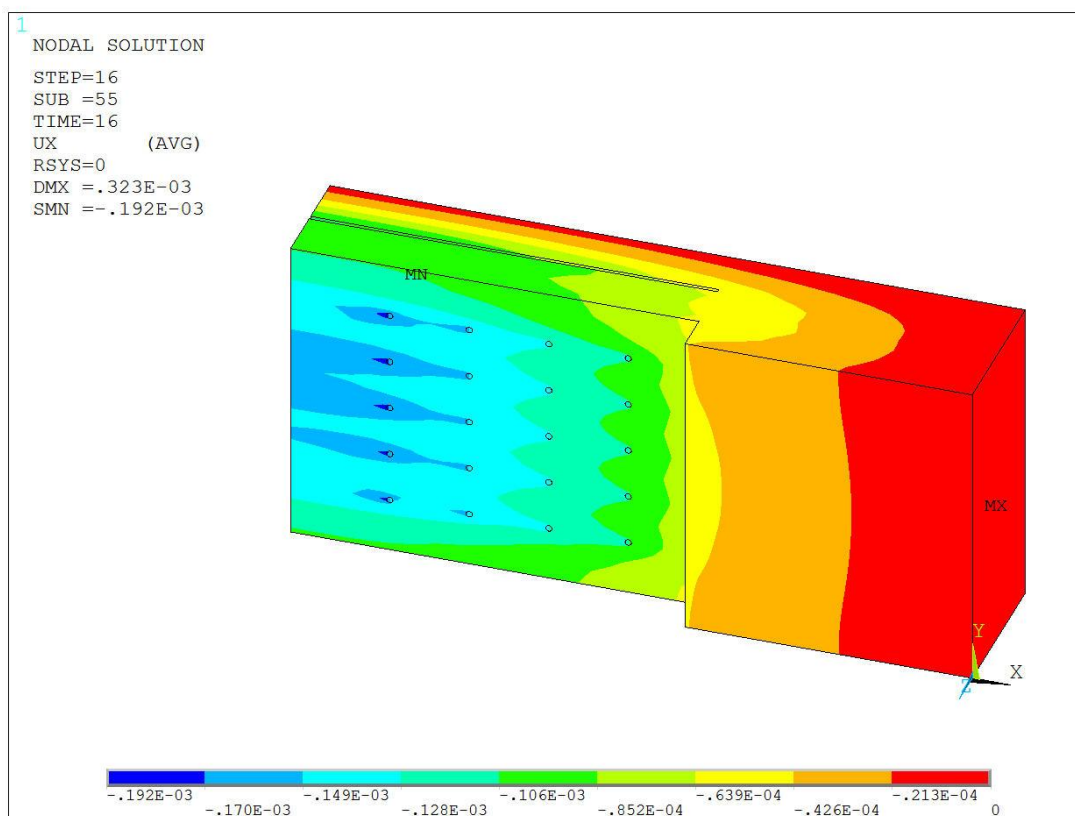
Programový systém ANSYS umožňuje nahlížet dovnitř modelovaného spoje. Ze dřevěného tělesa jsou postupně odebírány části tak, aby bylo možné sledovat posun spoje v okolí míst spojovacích prostředků. Na obr. 5.13 je ukázáno posunutí dřevěného tělesa. Největší posun vzniká v oblasti kolem horního otvoru pro hřebík, který je umístěn v první svislé řadě, $u_{x,V4} = 0,192$ mm. Ve výřezech dřevěného tělesa (obr. 5.14 a obr. 5.15) dosahuje oblast posunutí z první řady hřebíku až k okraji dřevěného tělesa



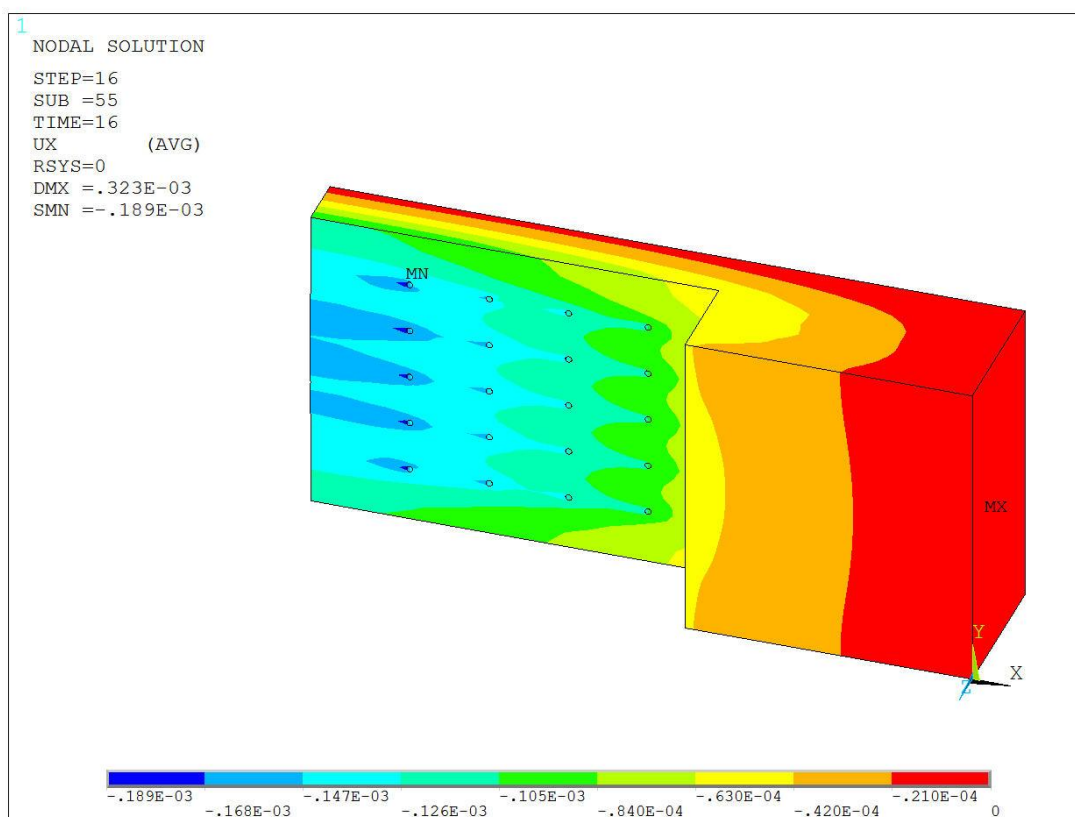
Obr. 5.12 Ocelové tenké plechy s hřebíky – posunutí $u_{x,v4}$



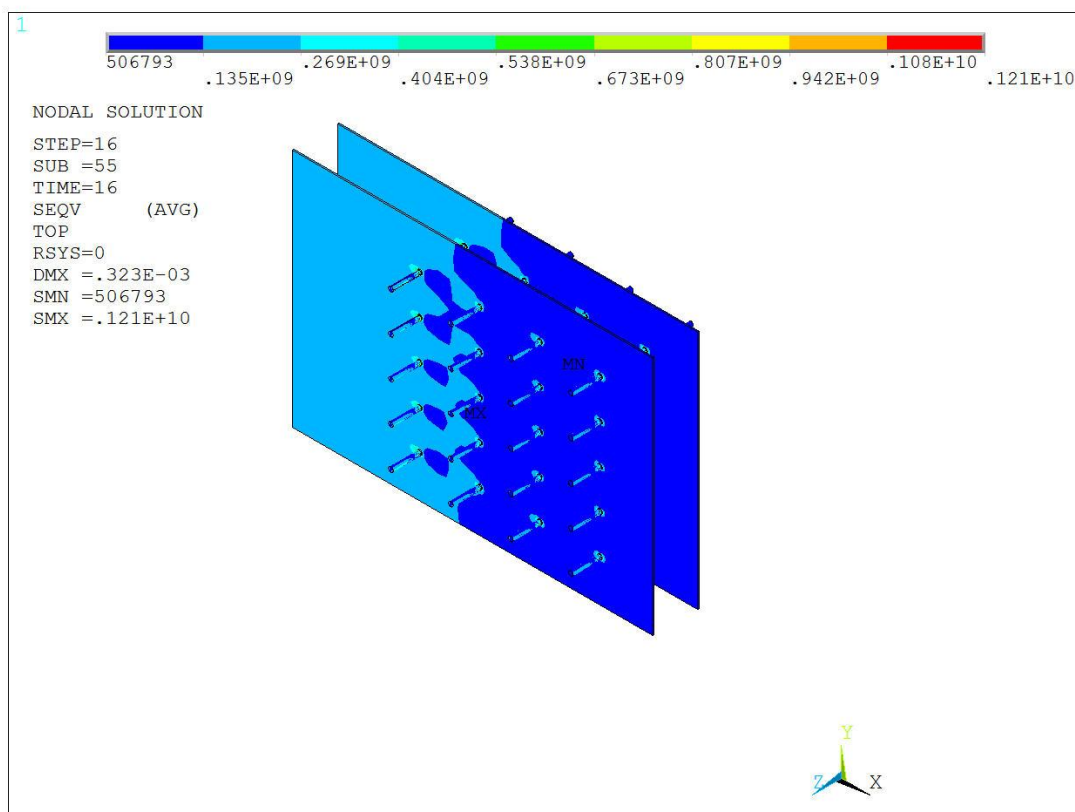
Obr. 5.13 Dřevěné těleso – posunutí $u_{x,v4}$



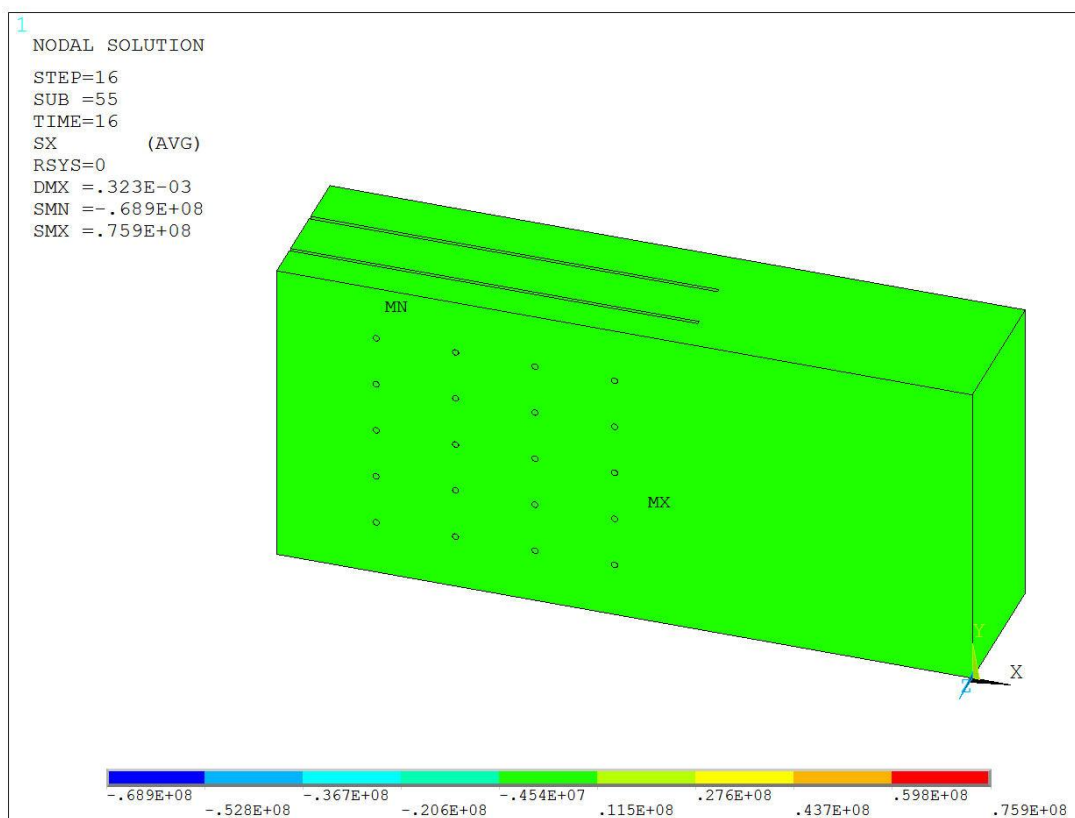
Obr. 5.14 První výřez dřevěného tělesa – posunutí $u_{x,v4}$



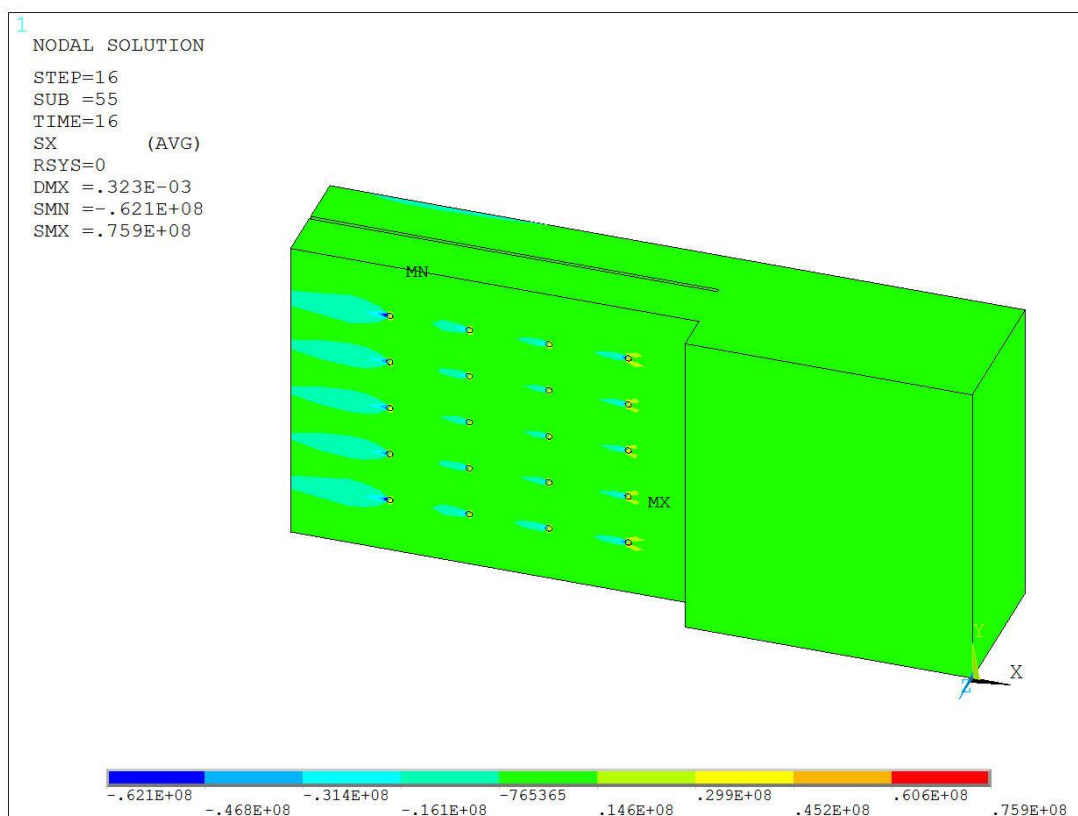
Obr. 5.15 Druhý výřez dřevěného tělesa – $u_{x,v4}$



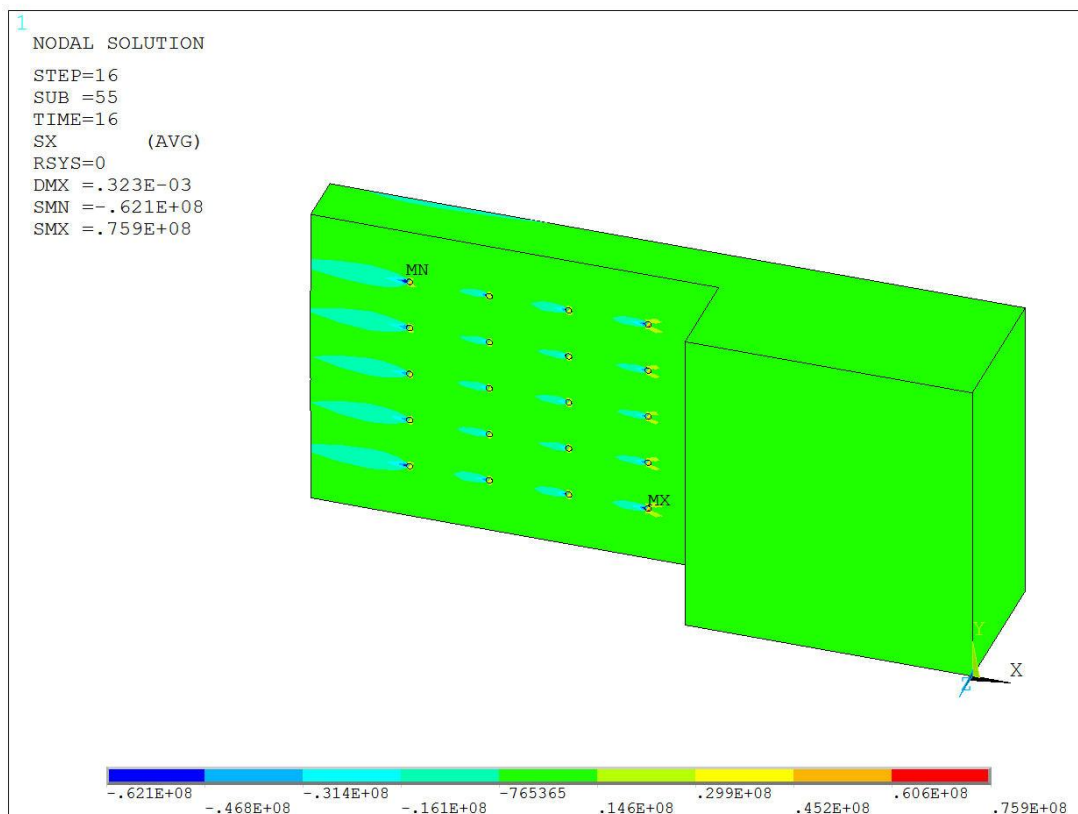
Obr. 5.16 Ocelové tenké plechy s hřebíky – Misesovo napětí $\sigma_{\text{Mises},V4}$



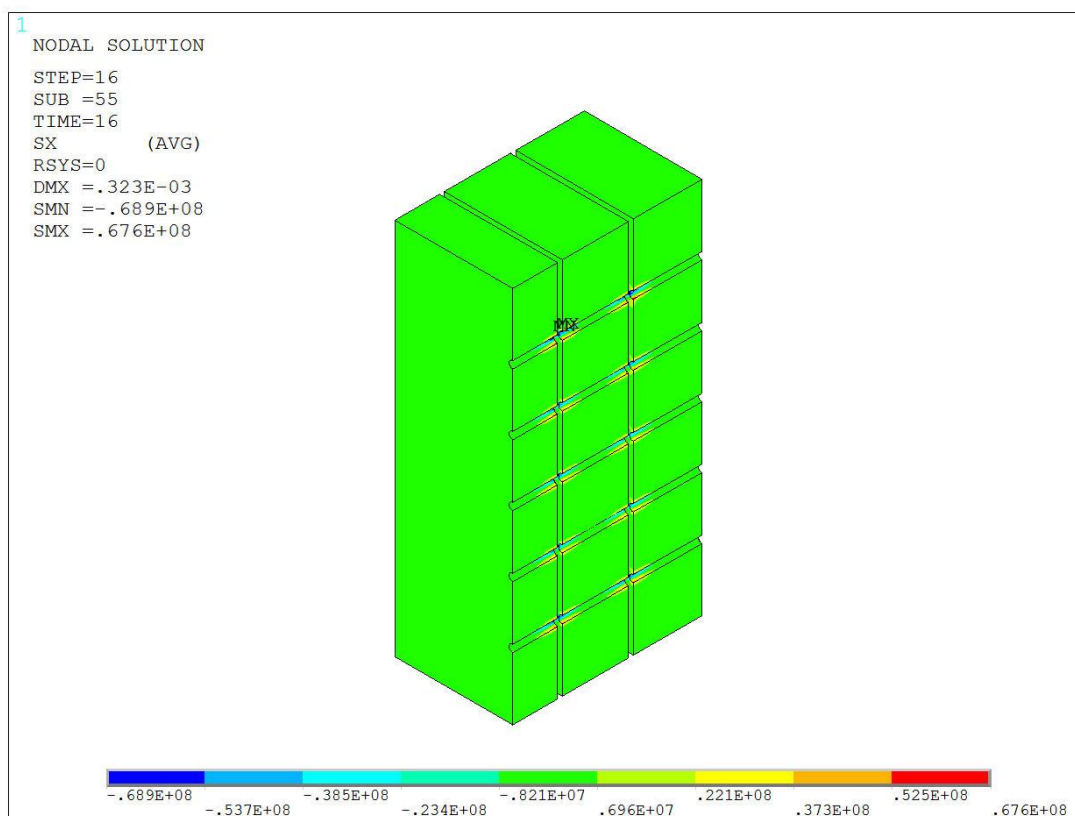
Obr. 5.17 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_x,V4$



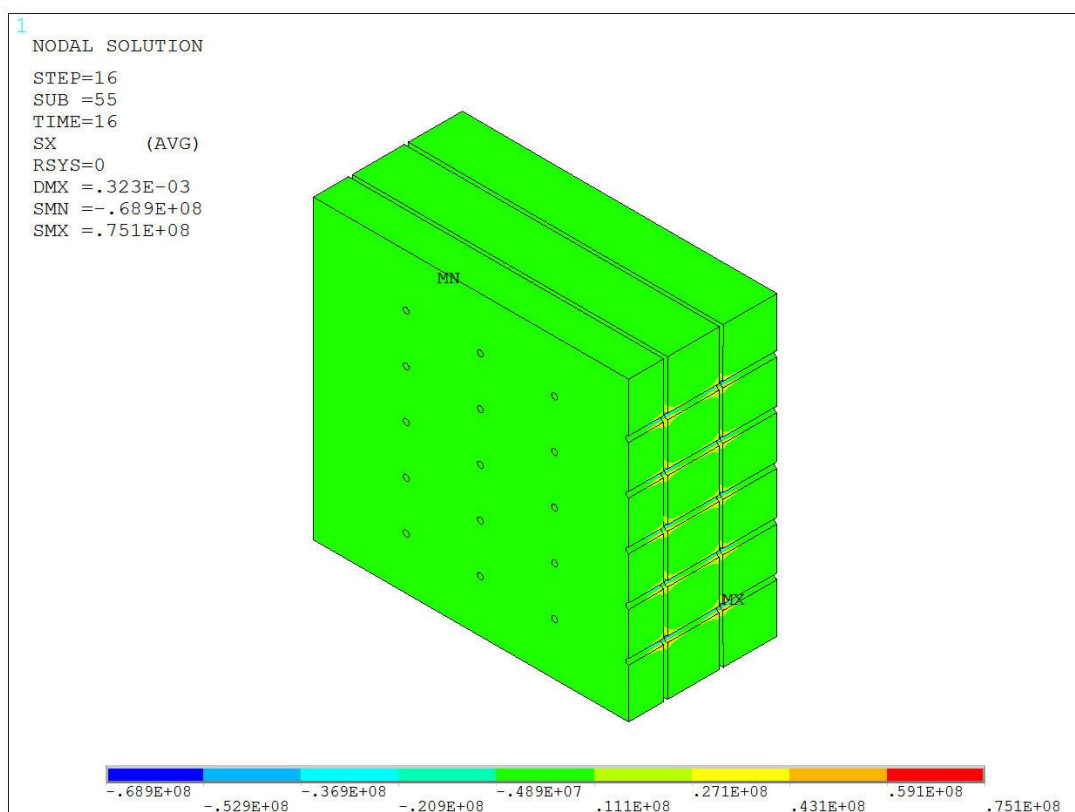
Obr. 5.18 První výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,v4}$



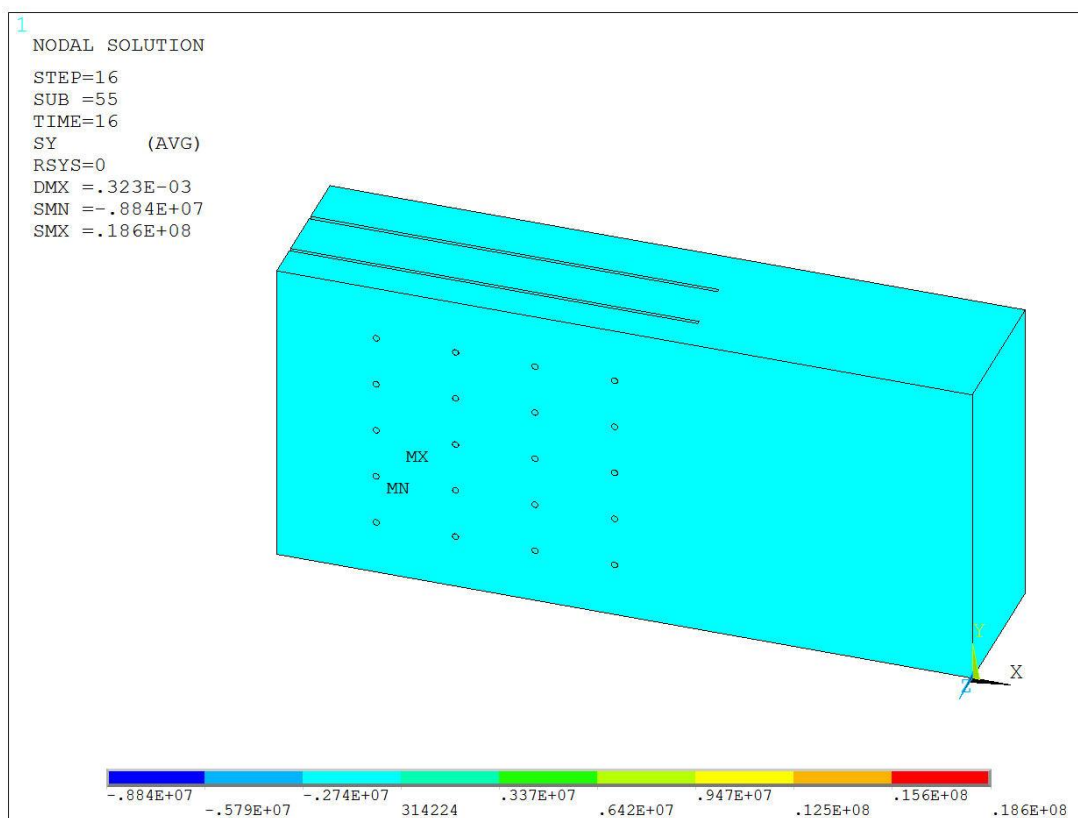
Obr. 5.19 Druhý výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,v4}$



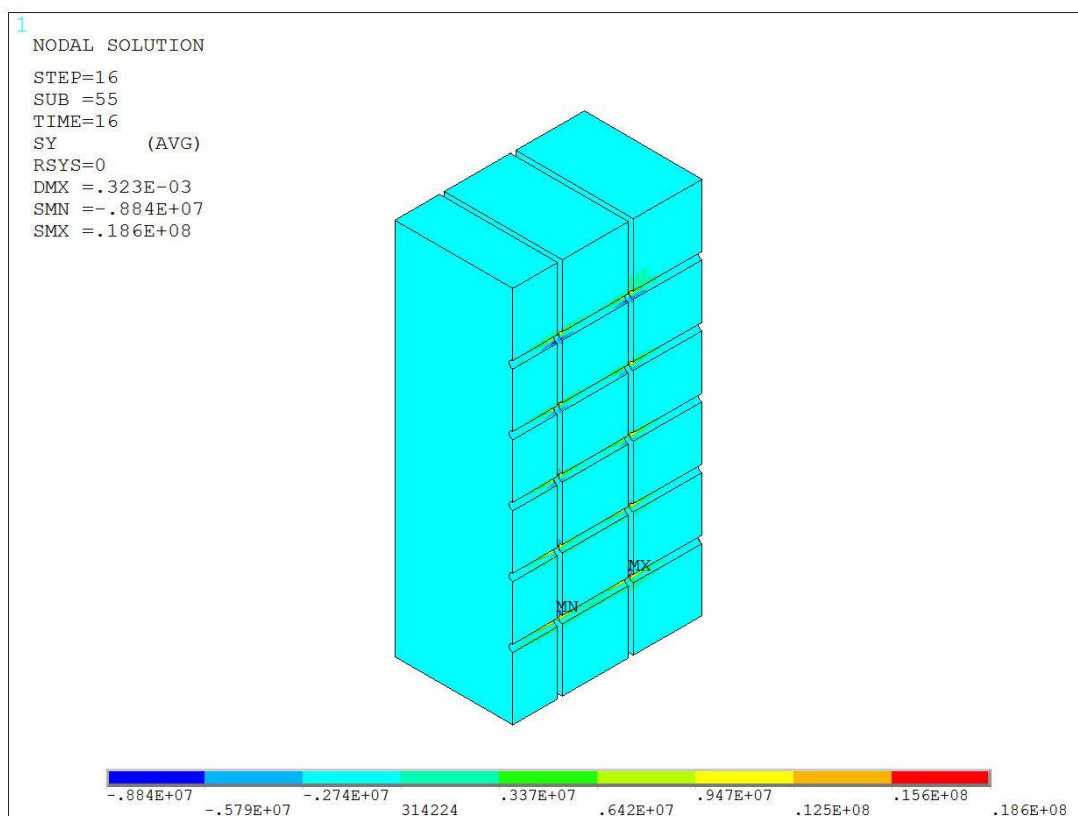
Obr. 5.20 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí σ_x , v4



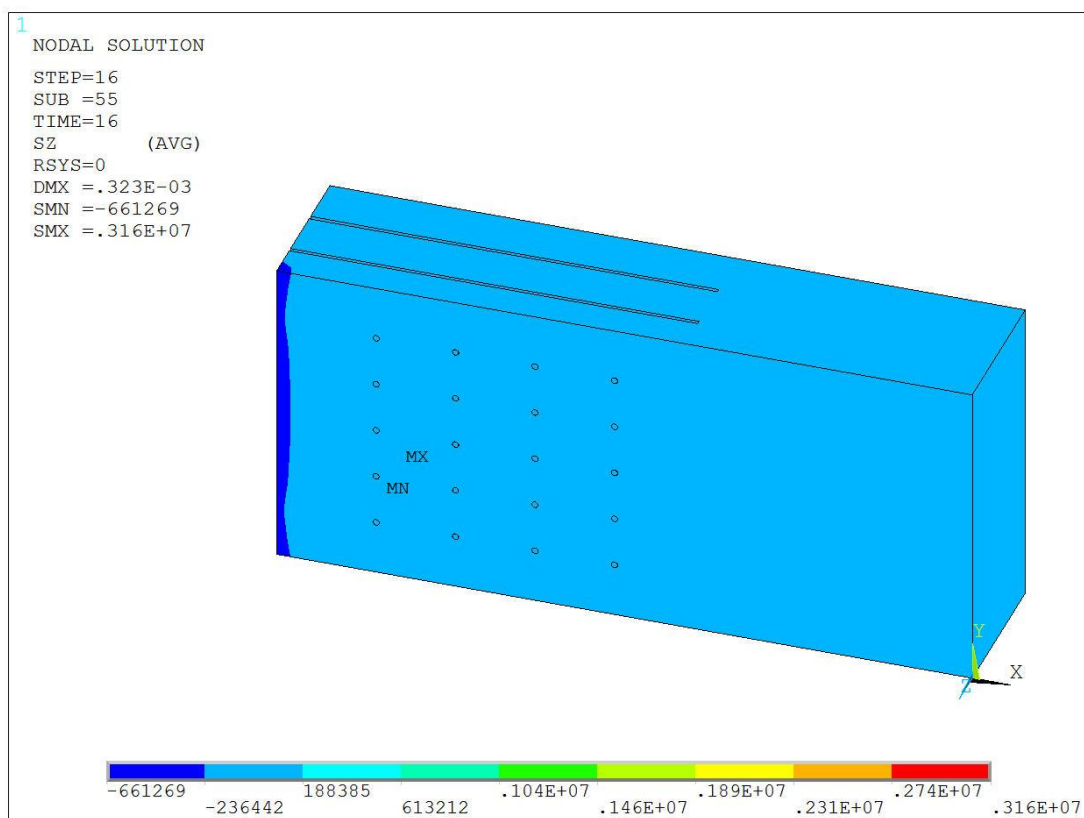
Obr. 5.21 Řez čtvrtou řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí σ_x , v4



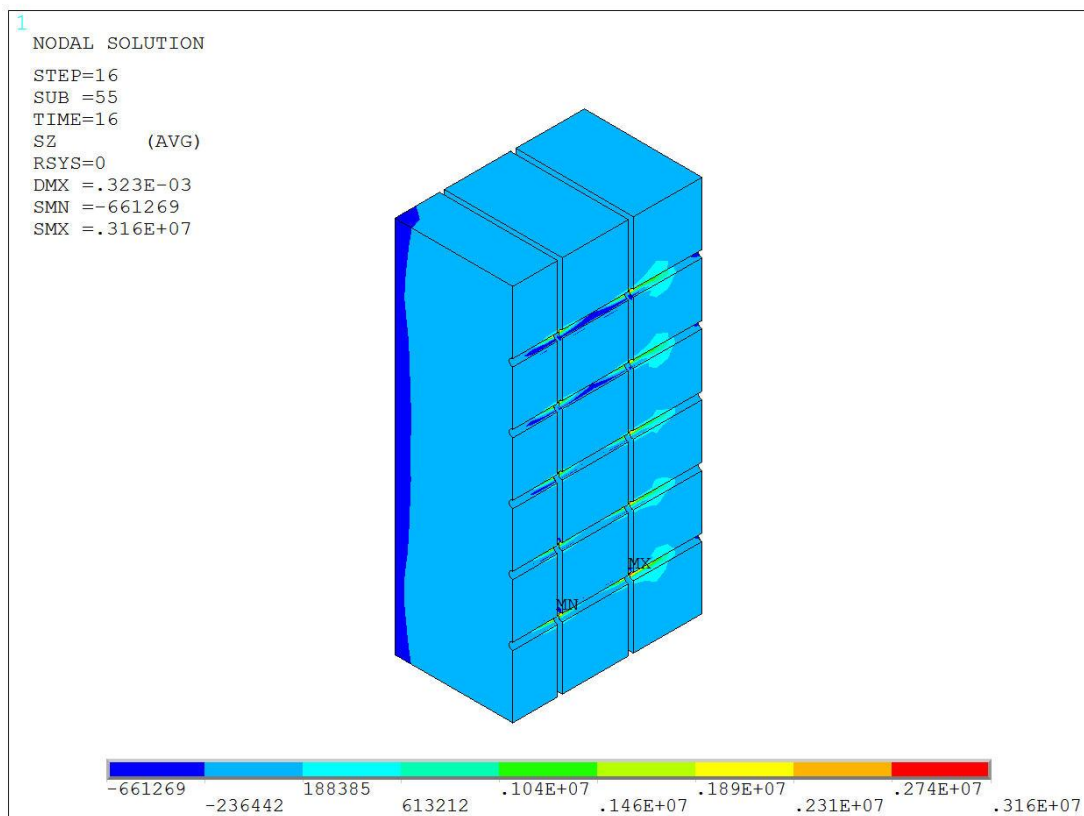
Obr. 5.22 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_{y,v4}$



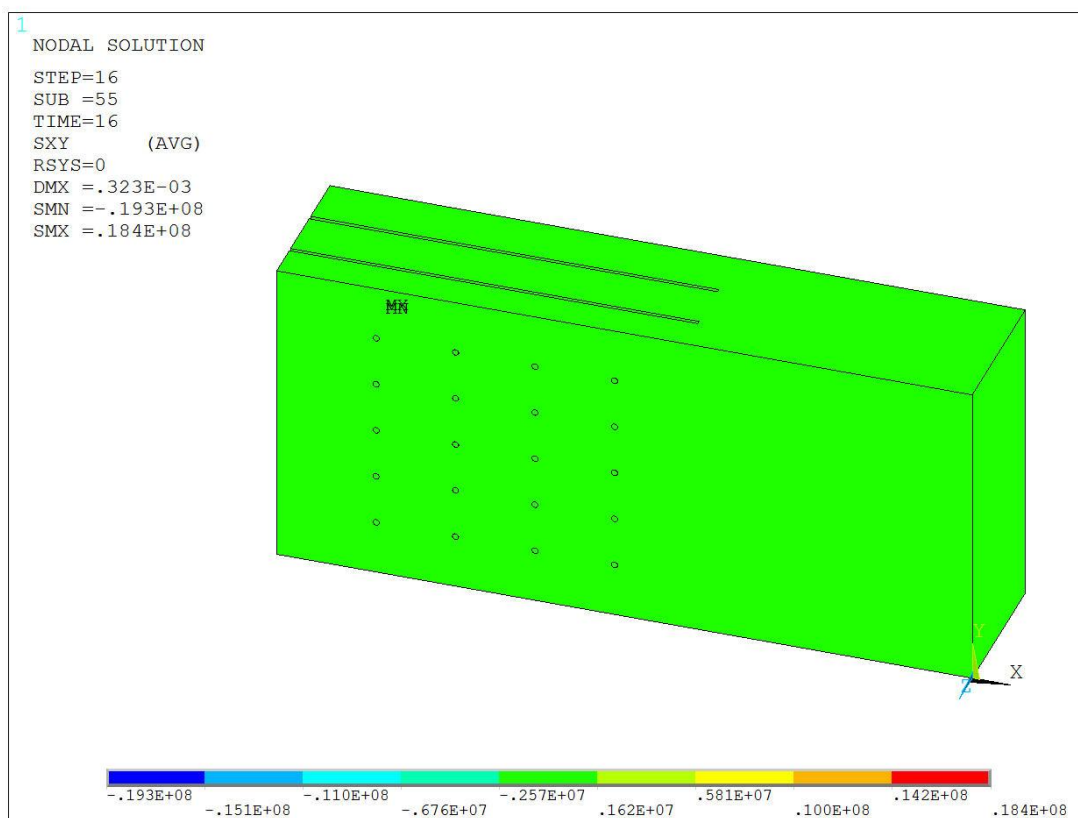
Obr. 5.23 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{y,v4}$



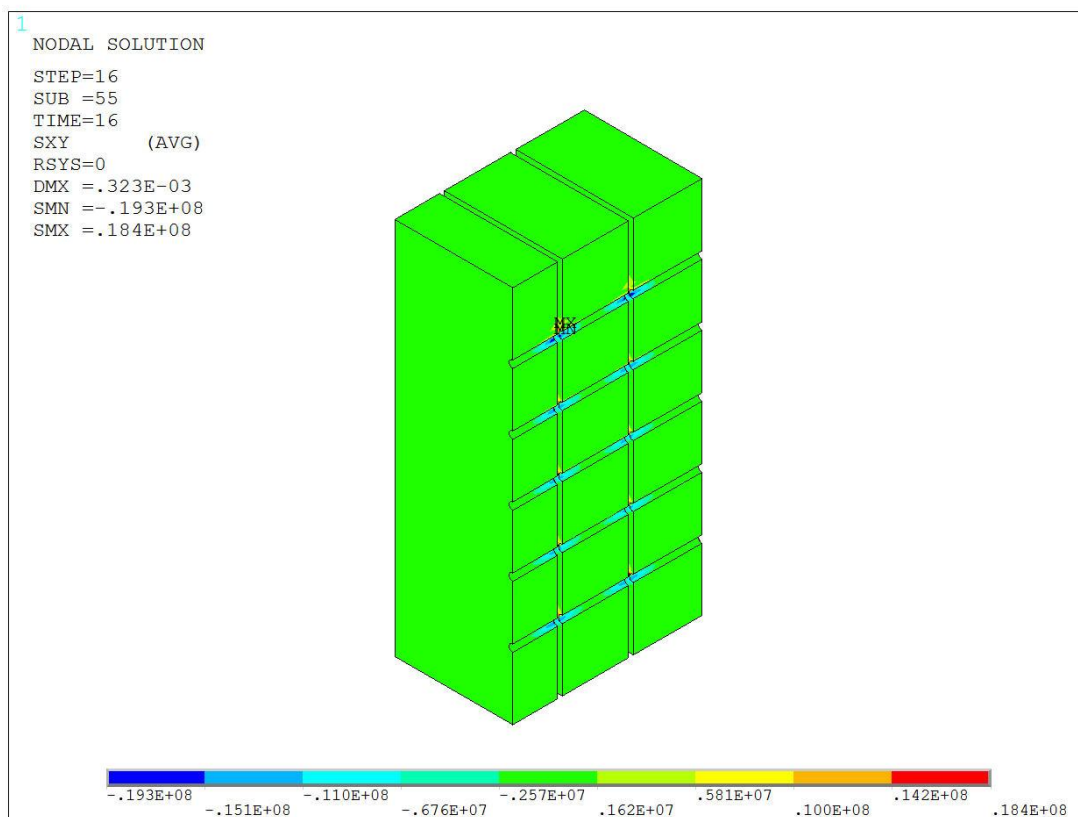
Obr. 5.24 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_{z,v4}$



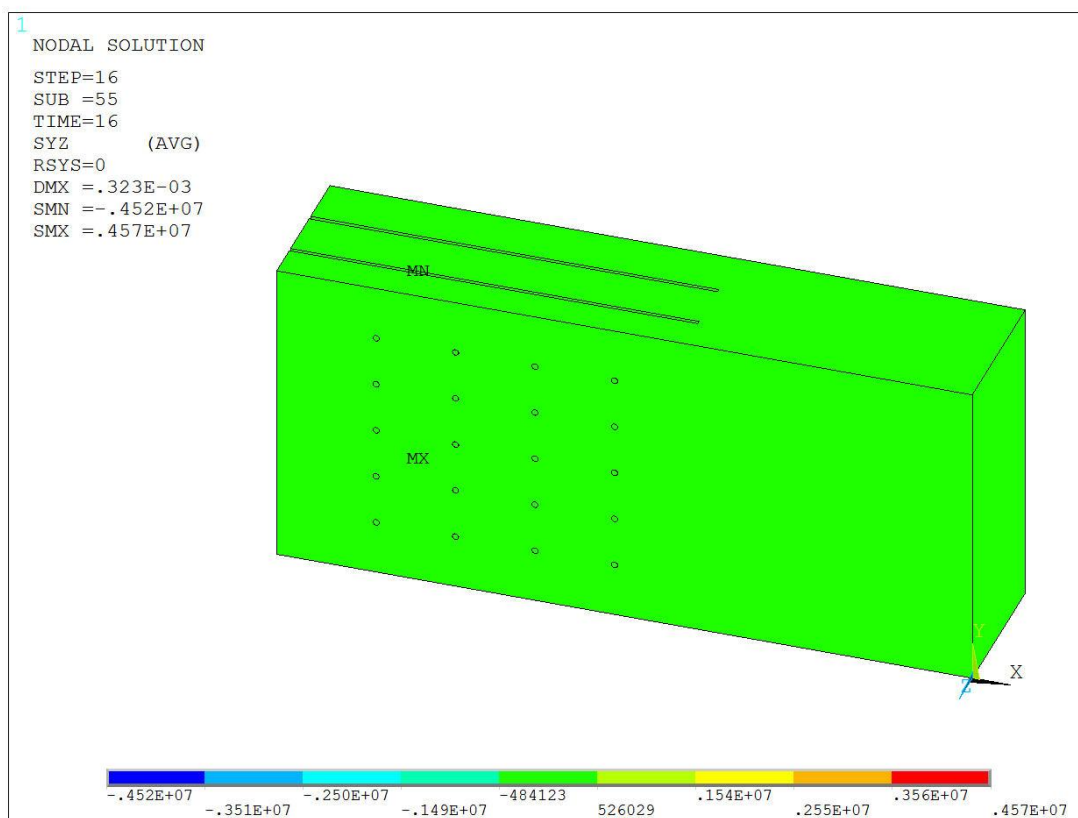
Obr. 5.25 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{z,v4}$



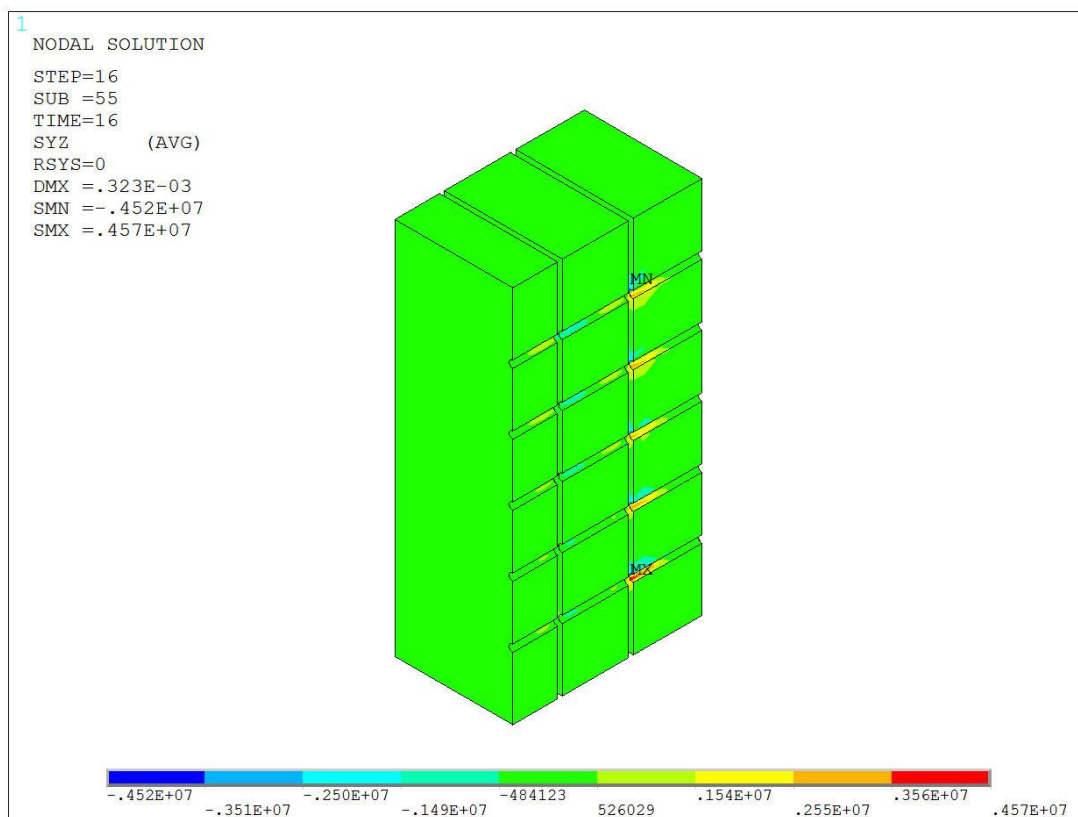
Obr. 5.26 Dřevěné těleso – smykové napětí $\tau_{xy,v4}$



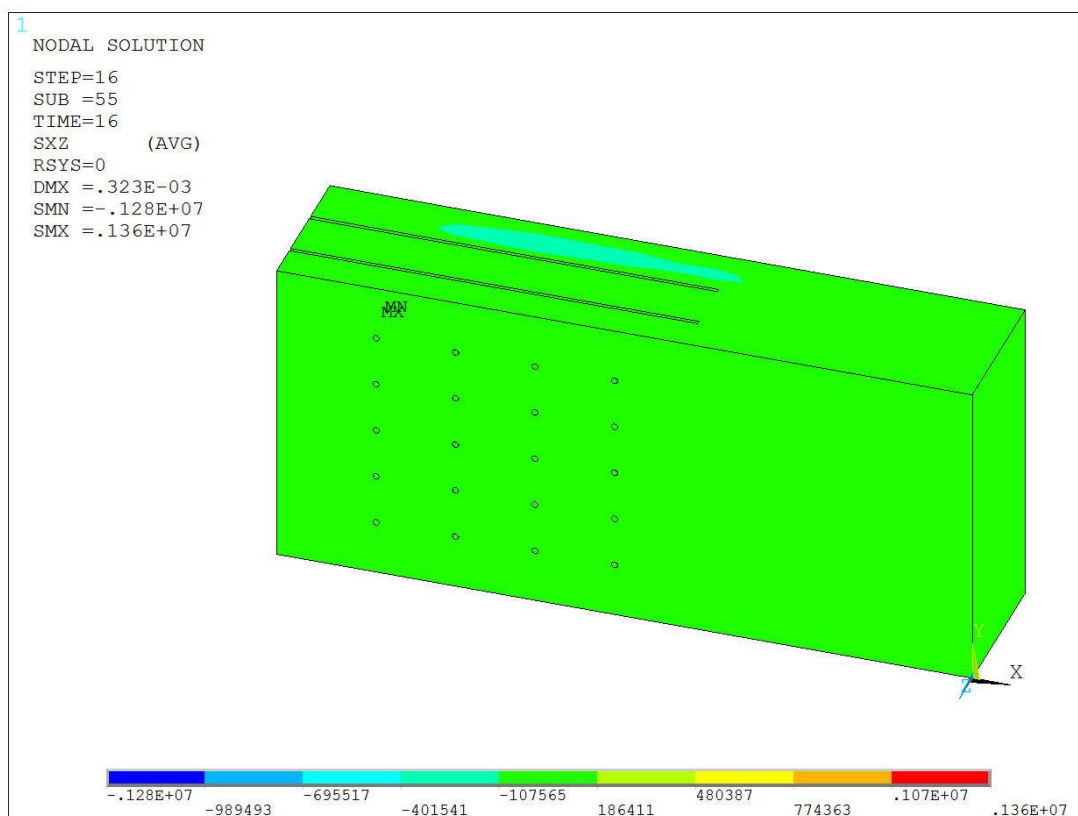
Obr. 5.27 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xy,v4}$



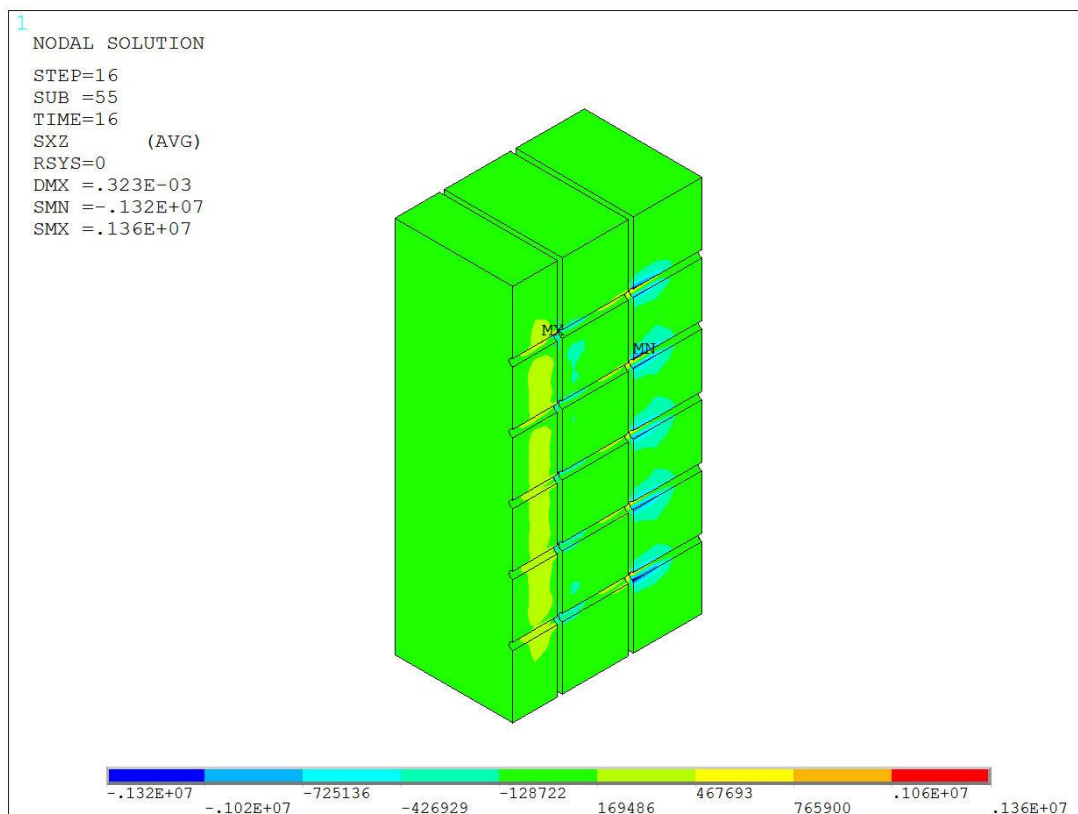
Obr. 5.28 Dřevěné těleso – smykové napětí $\tau_{yz,v4}$



Obr. 5.29 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{yz,v4}$



Obr. 5.30 Dřevěné těleso – smykové napětí τ_{xz} , V4



Obr. 5.31 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí τ_{xz} , V4

Dále je také sledováno Misesovo napětí (obr. 5.16) vznikající na tenkých ocelových plechách s hřebíky, které byly modelovány jako jeden celek. Materiálový model této varianty řešení nezohledňuje plastické chování oceli, proto maximální hodnota $\sigma_{\text{Mises},V4} = 1210 \text{ MPa}$ překračuje minimální pevnost v tahu hřebíku $f_u = 600 \text{ MPa}$ a mez únosnosti ocelového plechu $f_u = 360 \text{ MPa}$.

Na obr. 5.17 je zobrazeno normálové napětí na dřevěném tělese působící ve směru osy x . Postupně jsou odebírány části dřevěného tělesa, tak jak ukazují obr. 5.18 a obr. 5.19. Svislé řezy otvory pro hřebíky ve dřevěném tělese jsou vedeny v místech maximálního a minimálního napětí. Nejmenší normálové napětí vzniká v první řadě otvorů pro hřebíky s velikostí $\sigma_{x,\text{min},V4} = -68,9 \text{ MPa}$ (obr. 5.20), zatímco největší hodnota tohoto napětí je v poslední čtvrté řadě, $\sigma_{x,\text{max},V4} = 75,9 \text{ MPa}$ (obr. 5.21). Obr. 5.22 a obr. 5.23 ukazují, že minimální a maximální normálové napětí v ose y se u dřevěného tělesa vyskytuje v první řadě otvorů, tedy $\sigma_{y,\text{min},V4} = -8,84 \text{ MPa}$ a $\sigma_{y,\text{max},V4} = 18,6 \text{ MPa}$. Minimální a maximální normálové napětí ve směru osy z má na dřevěném tělese hodnoty $\sigma_{z,\text{min},V4} = -0,66 \text{ MPa}$ a $\sigma_{z,\text{max},V4} = 3,16 \text{ MPa}$ vyskytující se v první řadě otvorů (obr. 5.24 a obr. 5.25).

Maximální a minimální hodnoty smykového napětí v rovině xy vyobrazená na obr. 5.26 a obr. 5.27 mají velikost $\tau_{xy,\text{max},V4} = 18,4 \text{ MPa}$ a $\tau_{xy,\text{min},V4} = -19,3 \text{ MPa}$. Obr. 5.28 představuje smykové napětí v rovině yz na dřevěném tělese, kde je řez veden první řadou otvorů (obr. 5.29). Největší a nejmenší hodnota tohoto napětí je, $\tau_{yz,\text{max},V4} = 4,57 \text{ MPa}$ a $\tau_{yz,\text{min},V4} = -4,52 \text{ MPa}$. Smyková napětí v rovině xz jsou o hodnotách maxima $\tau_{xz,\text{max},V4} = 1,36 \text{ MPa}$ a minima $\tau_{yz,\text{min},V4} = -1,28 \text{ MPa}$ (obr. 5.30 a obr. 5.31).

Normálové napětí působící ve směru zatěžovací síly je porovnáváno s návrhovou pevností v otlacení, která by měla být vyšší než tato normálové napětí.

Charakteristická pevnost v otlacení se vypočítá dle (2.4) a její hodnota je

$$f_{h,k} = 0,082 \rho_k d^{-0,3} = 0,082 \cdot 370 \cdot 3,1^{-0,3} = 21,6 \text{ MPa}.$$

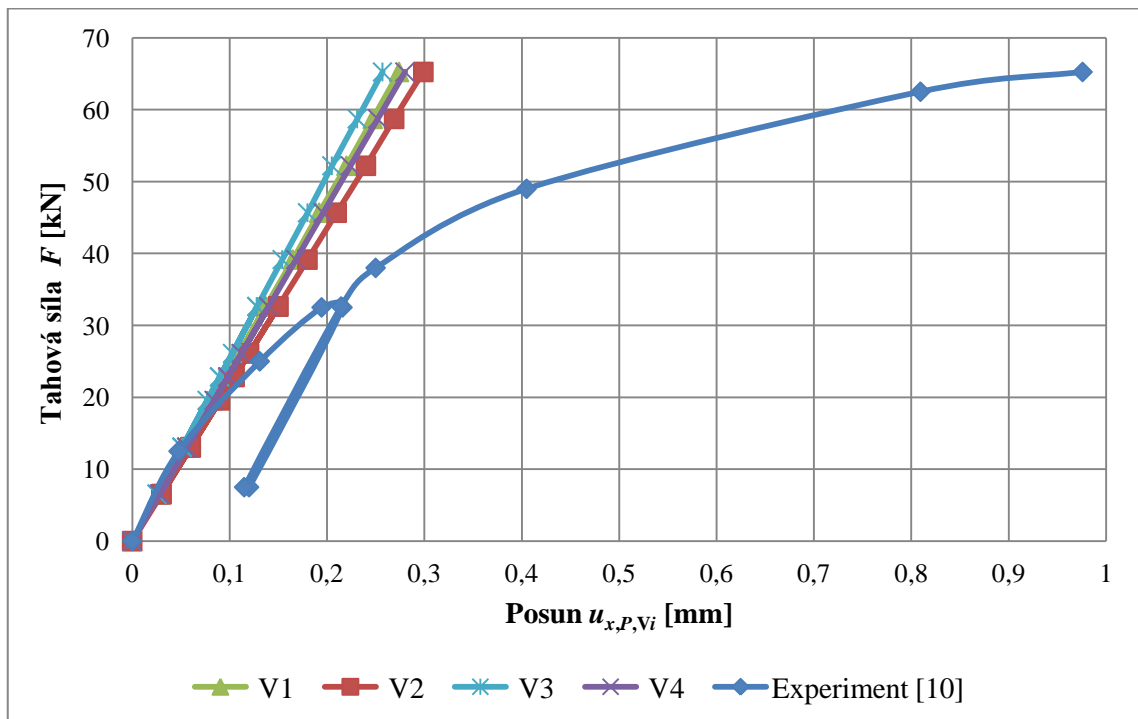
Návrhová pevnost v otlacení má velikost

$$f_{h,d} = k_{\text{mod}} \frac{f_{h,k}}{\gamma_m} = 1,1 \frac{21,6}{1,0} = 23,8 \text{ MPa}.$$

V tab. 5.6 jsou vypsány výsledky posunutí spoje $u_{x,P,Vi}$ ve sledovaném bodě P v jednotlivých krocích, které jsou následně vyneseny do grafu (obr. 5.32). Z tohoto obrázku je patrné, že průběhy grafů závislosti posunů spoje $u_{x,P,Vi}$ na tahové síle F jsou lineární, tudíž nevznikají žádné plastické deformace a tyto grafy jsou výrazně tužší než experiment. Hodnoty posunů těchto variant se od fyzikálního experimentu (velikost naměřeného posunu činí $u_{x,\text{exp}} = 0,976 \text{ mm}$) výrazně liší, přibližně o 70 – 75 %. Důvodem je, že tyto varianty nevystihují plastické chování materiálu. Pro výstižnější zohlednění chování materiálů a přijatelnější výsledky je nutno použít takové materiálové charakteristiky, které vystihnou plastické chování těchto materiálů.

Tab. 5.6 Výsledky posunutí spoje v závislosti na tahové síle F v bodě P (V1 – V4)

Zatěžovací krok	Tahová síla F [kN]	Posunutí $u_{x,P,Vi}$ [mm]			
		V1	V2	V3	V4
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	6,525	0,027	0,030	0,026	0,028
2	13,050	0,055	0,060	0,051	0,056
3	22,838	0,096	0,105	0,090	0,098
4	32,625	0,137	0,150	0,128	0,140
5	22,838	0,096	0,105	0,090	0,098
6	13,050	0,055	0,060	0,051	0,056
7	6,525	0,027	0,030	0,026	0,028
8	13,050	0,055	0,060	0,051	0,056
9	19,575	0,082	0,090	0,077	0,084
10	26,100	0,110	0,120	0,103	0,112
11	32,625	0,137	0,150	0,128	0,140
12	39,150	0,165	0,180	0,154	0,168
13	45,675	0,192	0,210	0,180	0,196
14	52,200	0,220	0,240	0,205	0,224
15	58,725	0,247	0,269	0,231	0,252
16	65,250	0,274	0,299	0,257	0,280



Obr. 5.32 Graf závislosti posunu spoje $u_{x,V1} - u_{x,V4}$ na tahové síle F

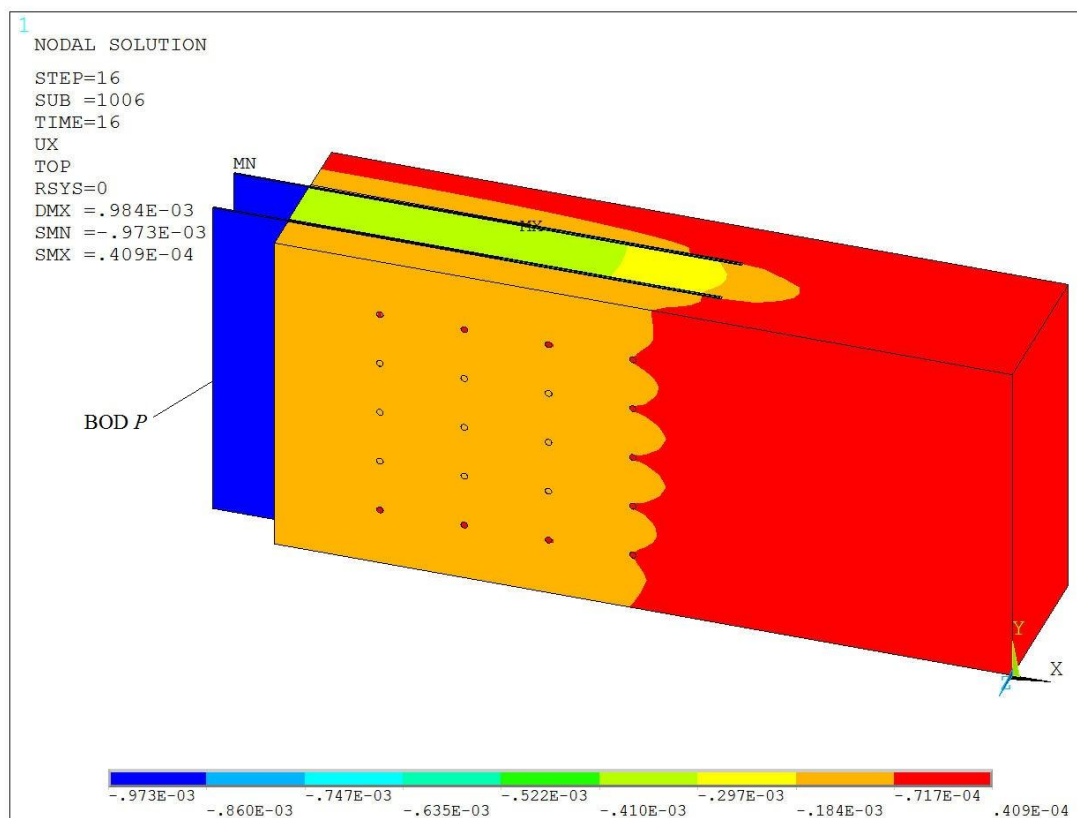
5.4.2. Varianty V5 – V12

Pro varianty V5 – V9 platí předpoklad, že materiálové modely smrkového dřeva s pevnostní třídou C 16 a ocelové tenké plechy s hřebíky působí jako lineárně izotropní materiál. Materiálové charakteristiky těchto modelů jsou prezentovány v tab. 5.3. Dále je zde zahrnut pružnoplastický materiálový model s lineárním izotropním zpevněním a současně s aplikovanou Misesovou podmínkou plasticity, kde se mění mez kluzu podle tab. 5.2. Normová hodnota meze kluzu (tah rovnoběžně s vlákny $f_{t0,k}$) dle ČSN EN 338 [13] činí $f_{t0,k} = 10$ MPa. V důsledku smrkového dřeva, jako izotropního materiálu, není zcela zřejmé, zda se může tato hodnota meze kluzu $f_{t0,k}$ považovat za přijatelnou. Proto jsou v materiálových modelech zvoleny různé hodnoty meze kluzu $f_{t0,k}$, ve kterých je sledováno, jak se posun spoje mění. U těchto variant modelů je také zahrnutý vliv působení kontaktů s hodnotou součinitele tření $f = 0,3$. Hodnota modulu pružnosti v tahu a tlaku $E = 8000$ MPa se předpokládá ve směru rovnoběžně s vlákny, tedy ve směru působící tahové síly F při zatěžování. Výsledky posunutí spoje jsou pro jednotlivé zatěžovací kroky uvedeny v tab. 5.7.

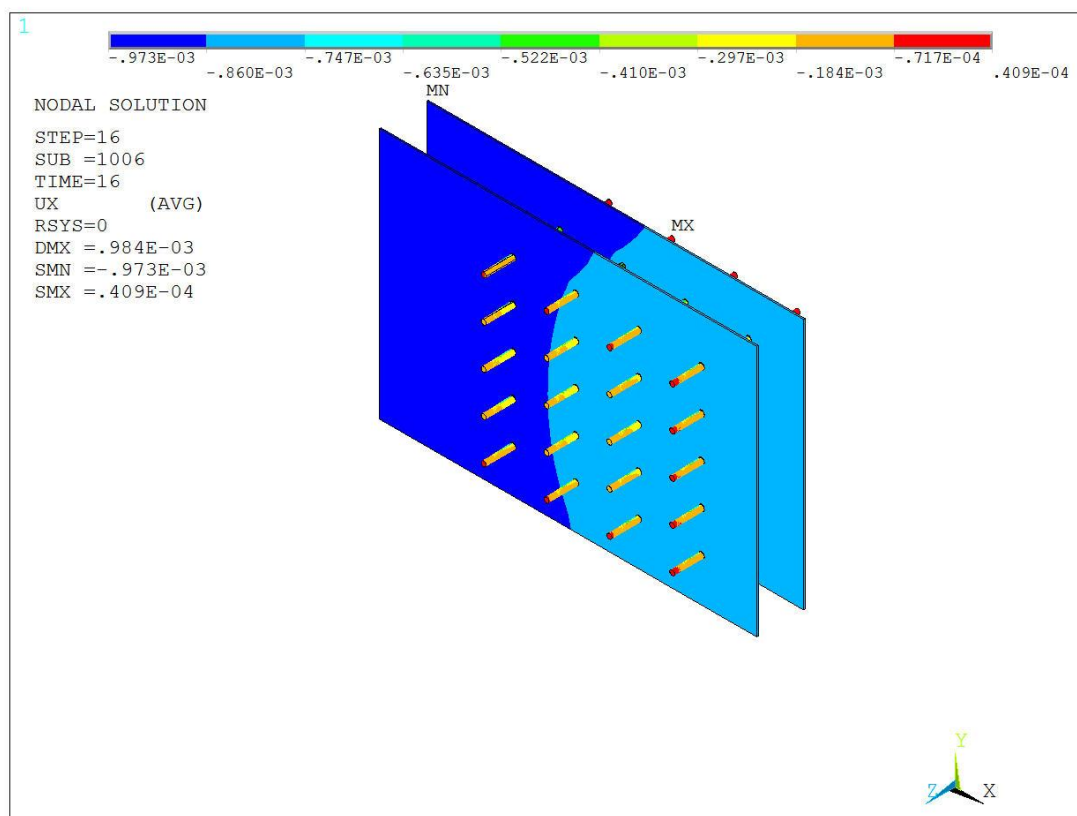
U variant V10 – V12 se předpokládá, že smrkové dřevo s pevnostní třídou C 16 působí jako lineárně ortotropní materiál, zatímco ocelové plechy s hřebíky se chovají jako izotropní materiál. Materiálové charakteristiky pro tyto varianty řešení jsou pro ocelové plechy s hřebíky uvedeny v tab. 5.3 a pro ortotropní chování smrkového dřeva v tab. 5.4. Je zde uvažován pružnoplastický materiálový model s lineárním izotropním zpevněním. Pro ocelové plechy a hřebíky je použita Misesova podmínka plasticity, naopak pro dřevěné těleso je použita zobecněná Hillova podmínka plasticity. Hodnota meze kluzu je zvolena stejná jako v modelech V5 – V9. Pro Hillovu podmínku plasticity platí, že tahová mez kluzu musí být stejná jako tlaková mez kluzu. Nejmenší velikost meze kluzu v těchto variantách řešení činí $f_{t0,k} = 6,0$ MPa. Pro nižší hodnoty už výpočet neproběhl. V tab. 5.5 jsou anizotropní vlastnosti smrkového dřeva pro zadání Hillovy podmínky. Hodnoty modulu zpevnění H se uvažují jako jedna setina hodnoty modulu pružnosti v tahu a tlaku E . Je zohledněn i vliv působení kontaktů s hodnotou součinitele tření $f = 0,3$.

Celkové posunutí hřebíkového spoje s tenkými ocelovými plechy s hodnotou $u_{x,max,V12} = 0,973$ mm je zobrazeno na obr. 5.33. Vyhodnocovaným místem je bod P , ve kterém hodnota posunu činí $u_{x,P,V12} = 0,965$ mm. Z modelovaného spoje byly postupně vyjmuty ocelové plechy s hřebíky a dřevěné těleso. Na obr. 5.34 je ukázáno posunutí ocelových plechů s hřebíky, kde je vidět, že oblast největšího posunutí tenkých plechů dosahuje skoro do druhé řady hřebíků.

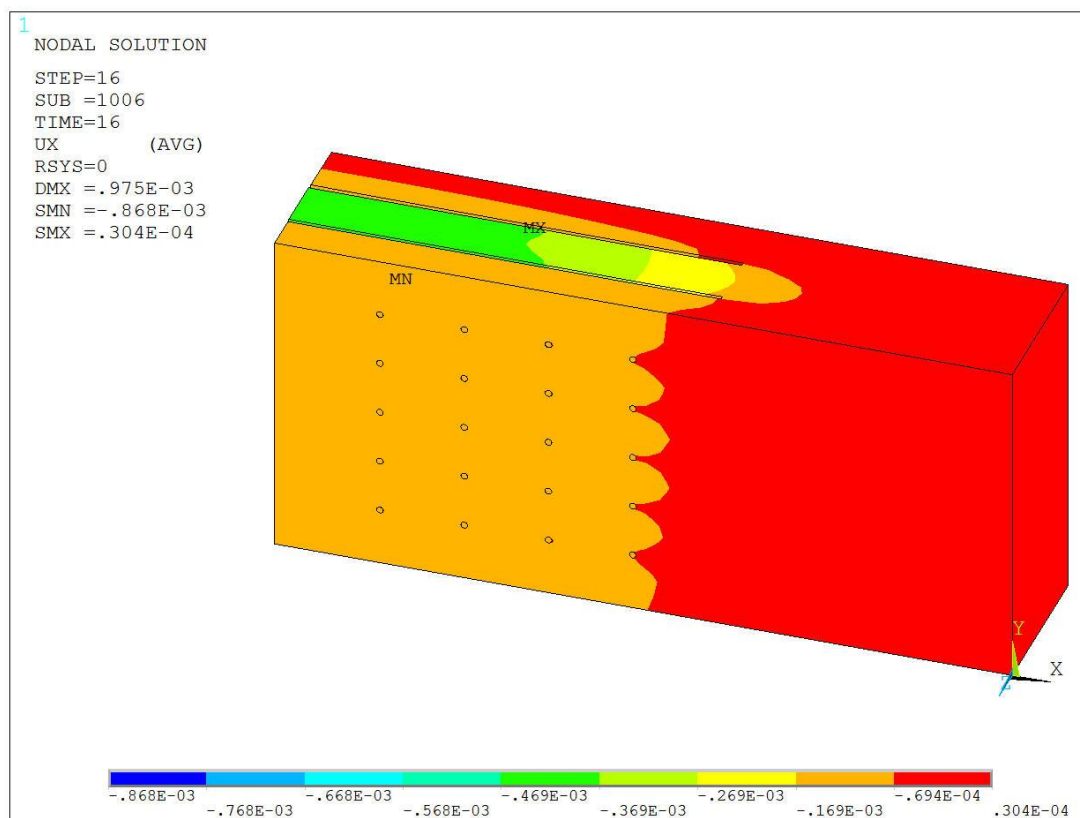
Obr. 5.35 ukazuje posunutí dřevěného tělesa s největší hodnotou $u_{x,V12} = 0,868$ mm. Ze dřevěného tělesa jsou postupně odebírány části, tak aby bylo možné sledovat posun uvnitř tělesa v místech otvorů pro hřebíky. Na obr. 5.36 a obr. 5.37 jsou znázorněny výřezy ve dřevěném tělese.



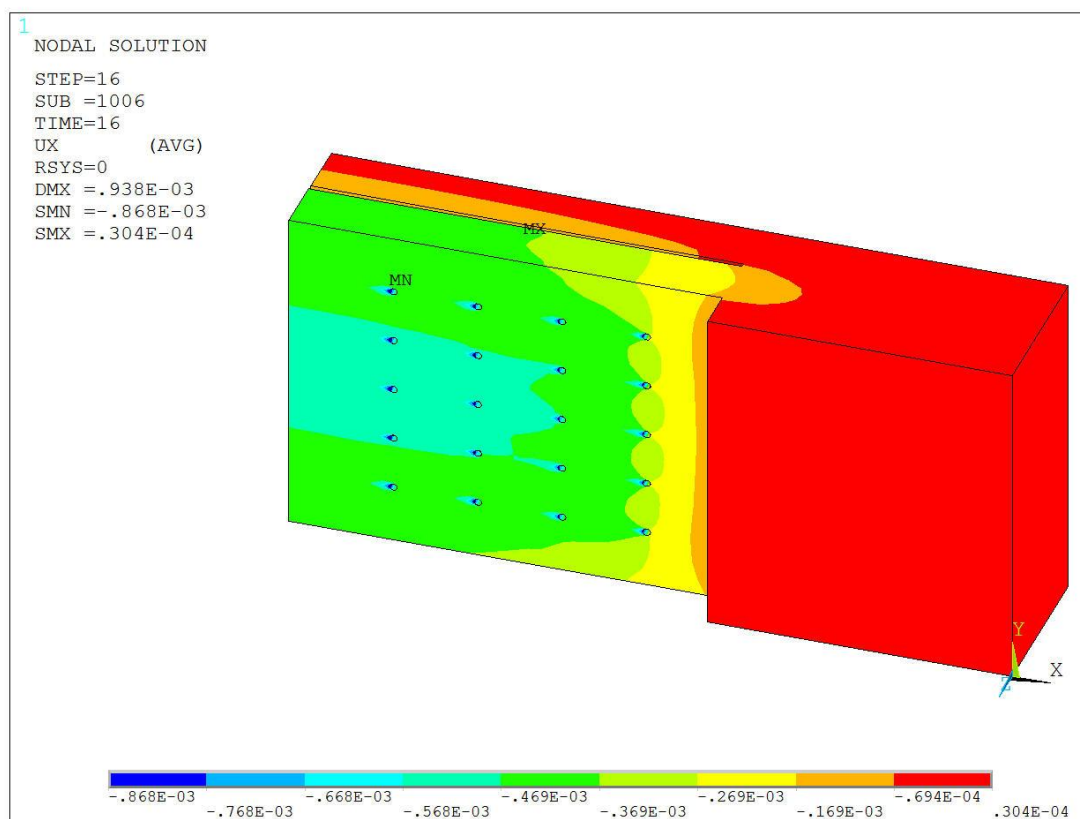
Obr. 5.33 Hřebíkový spoj s tenkými ocelovými plechy – posunutí $u_{x,V12}$



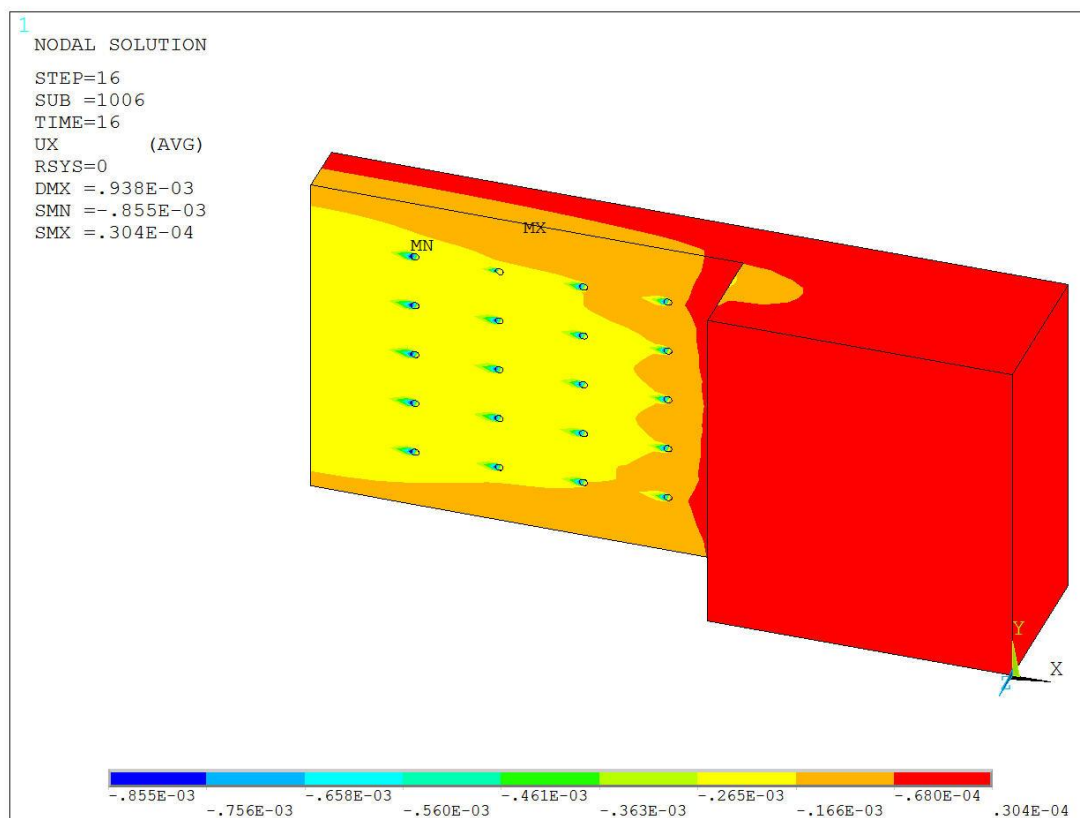
Obr. 5.34 Ocelové tenké plechy s hřebíky – posunutí $u_{x,V12}$



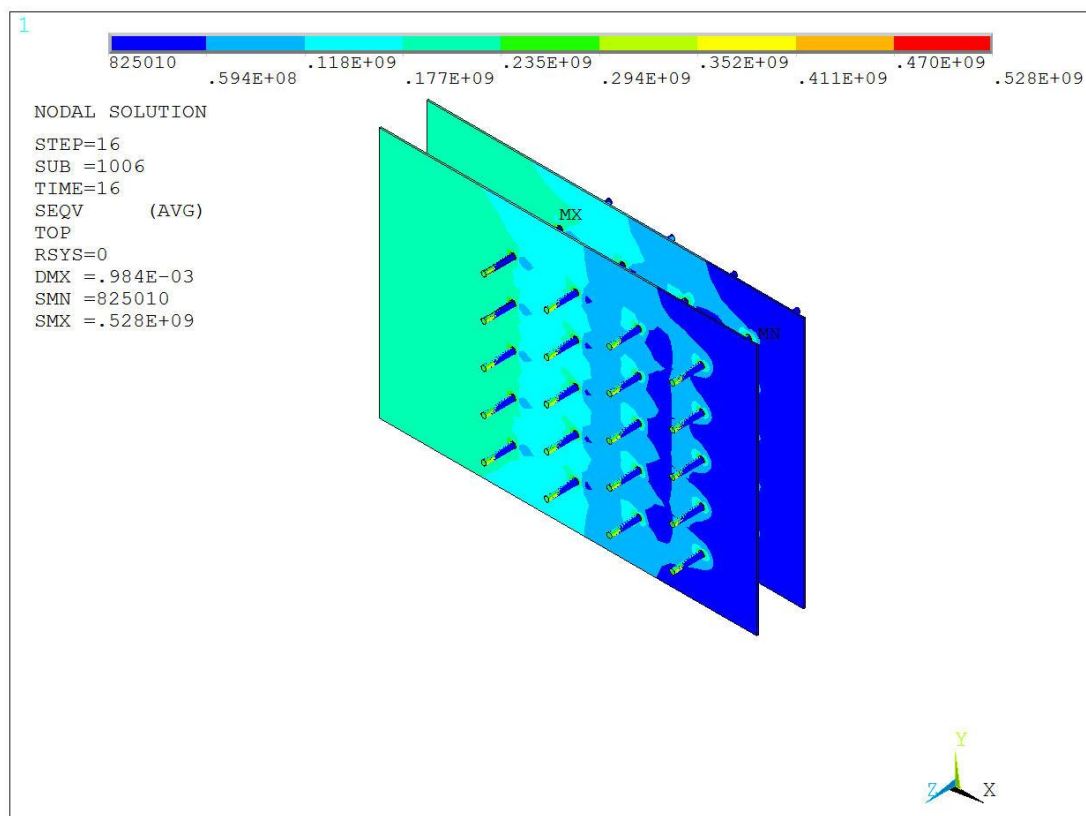
Obr. 5.35 Dřevěné těleso – posunutí u_x, v_{12}



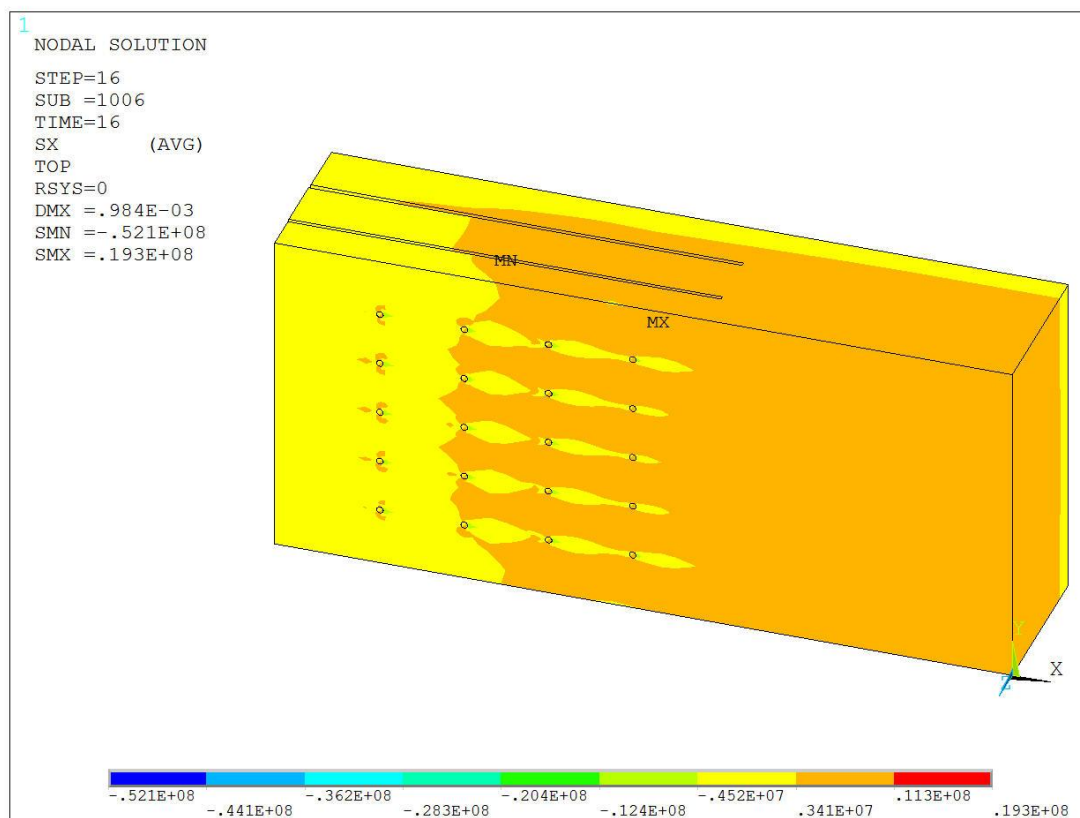
Obr. 5.36 První výřez dřevěného tělesa – posunutí u_x, v_{12}



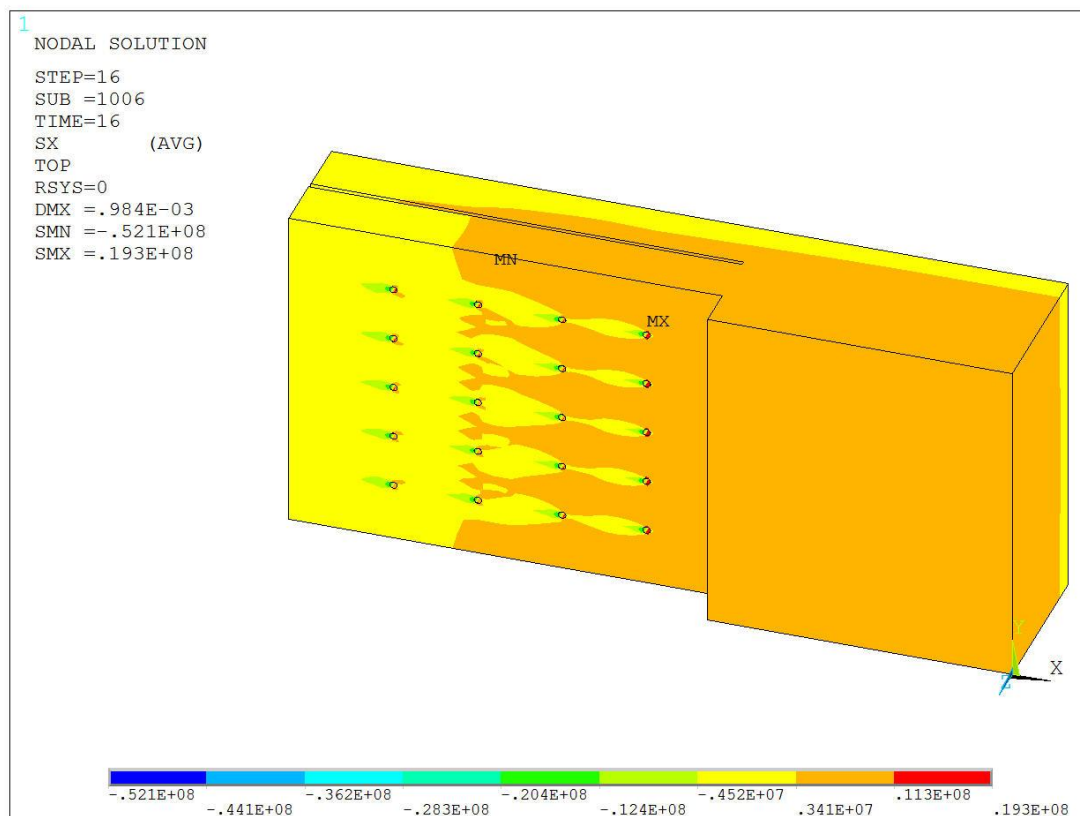
Obr. 5.37 Druhý výřez dřevěného tělesa – posunutí $u_{x,V12}$



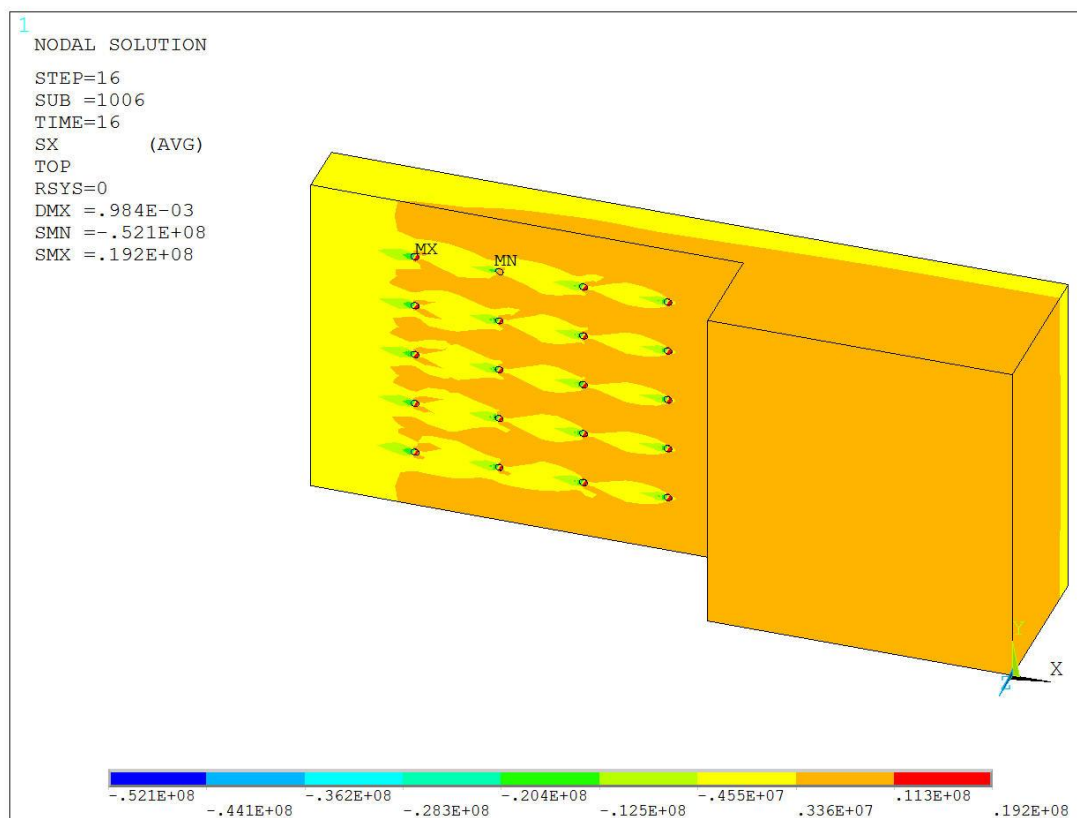
Obr. 5.38 Ocelové tenké plechy s hřebíky – Misesovo napětí $\sigma_{Mises,V12}$



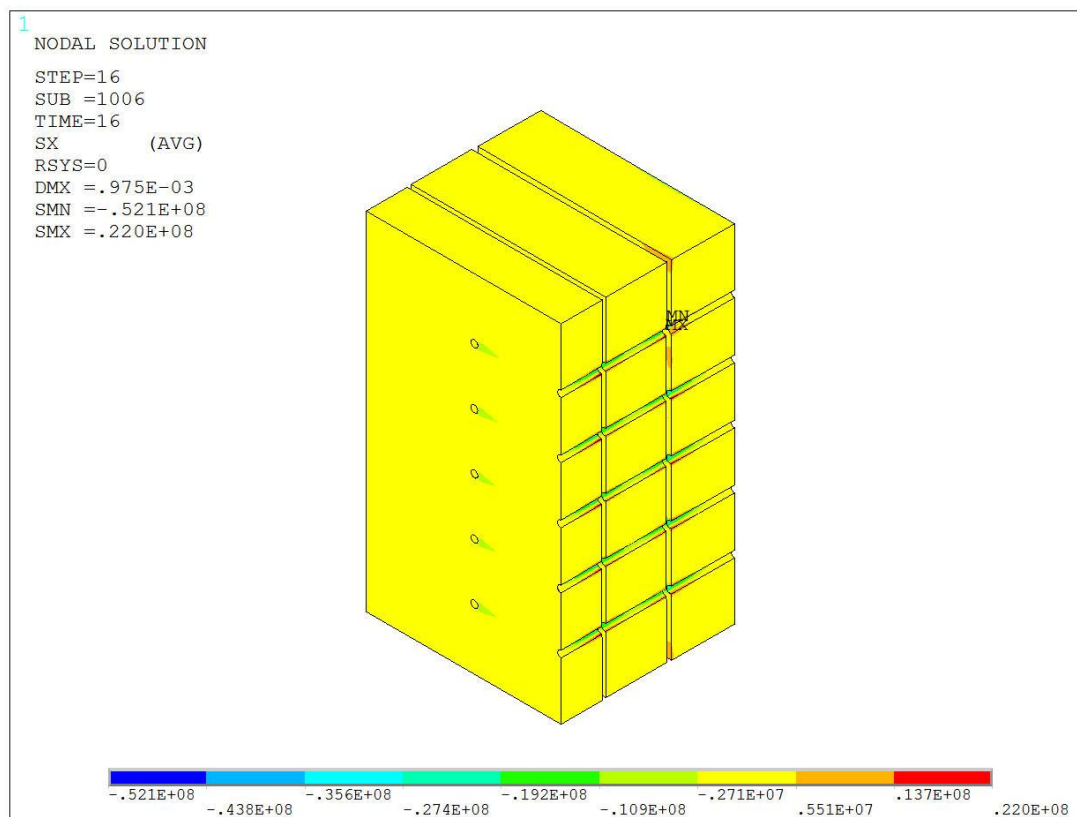
Obr. 5.39 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_{x,V12}$



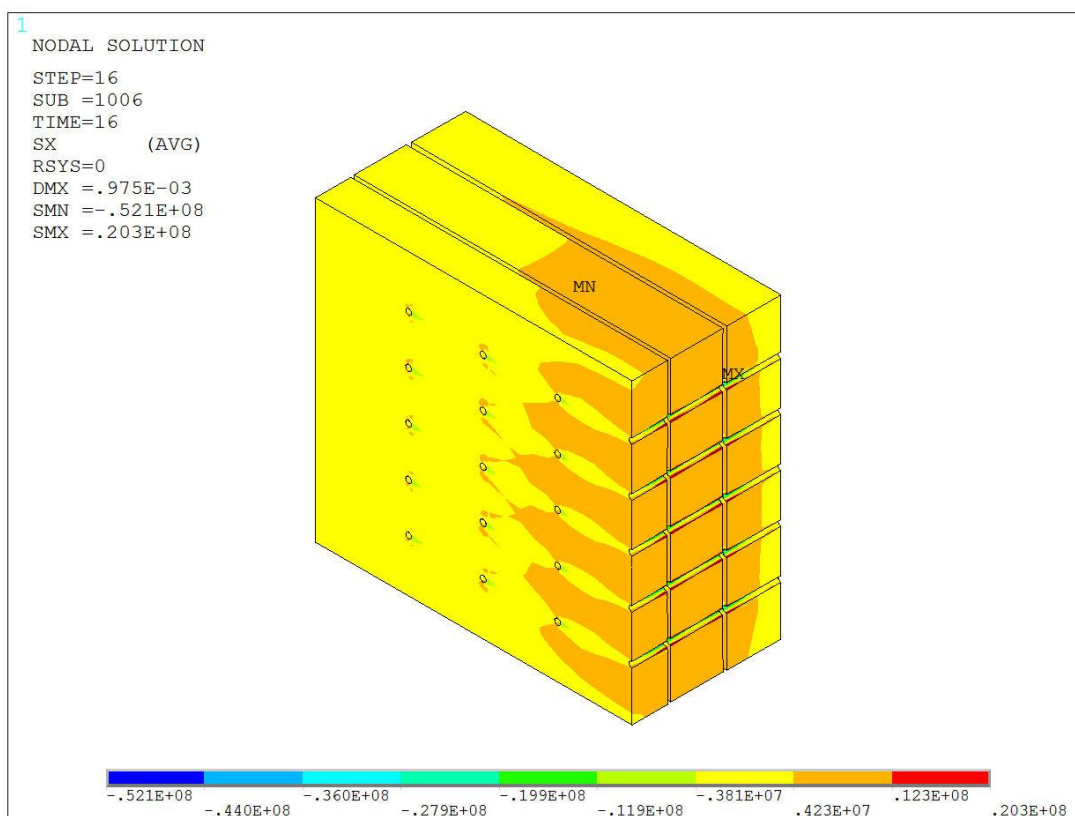
Obr. 5.40 První výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,V12}$



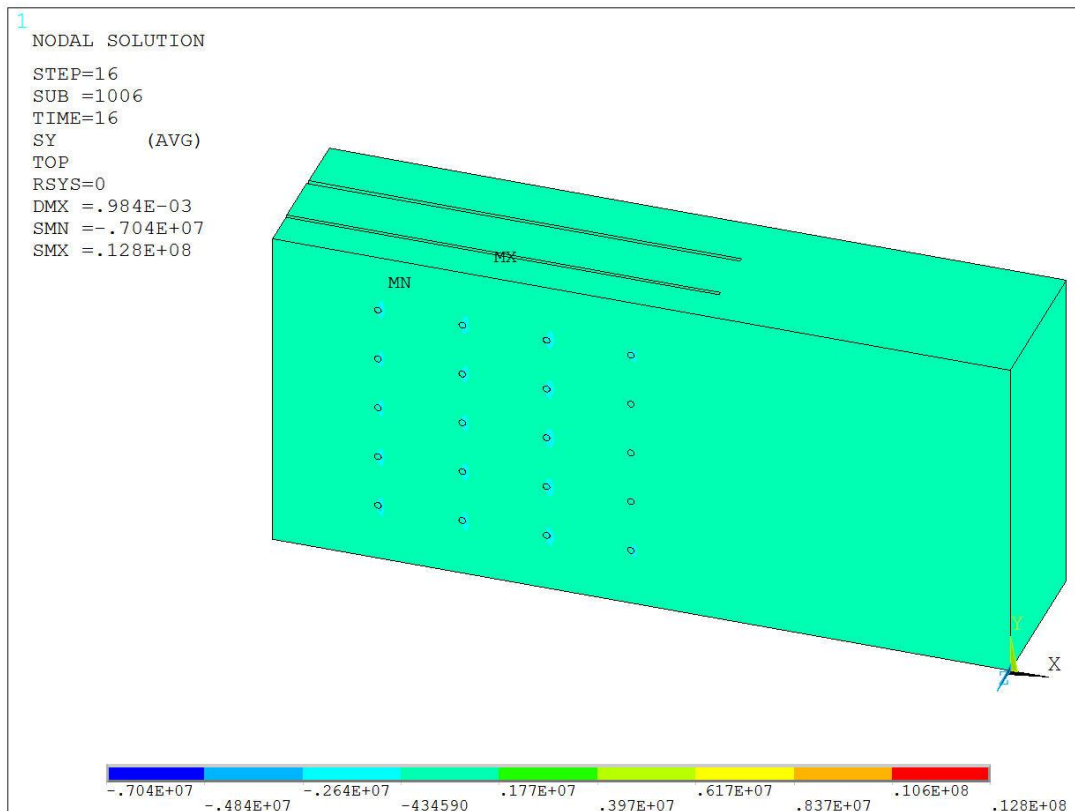
Obr. 5.41 Druhý výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,V12}$



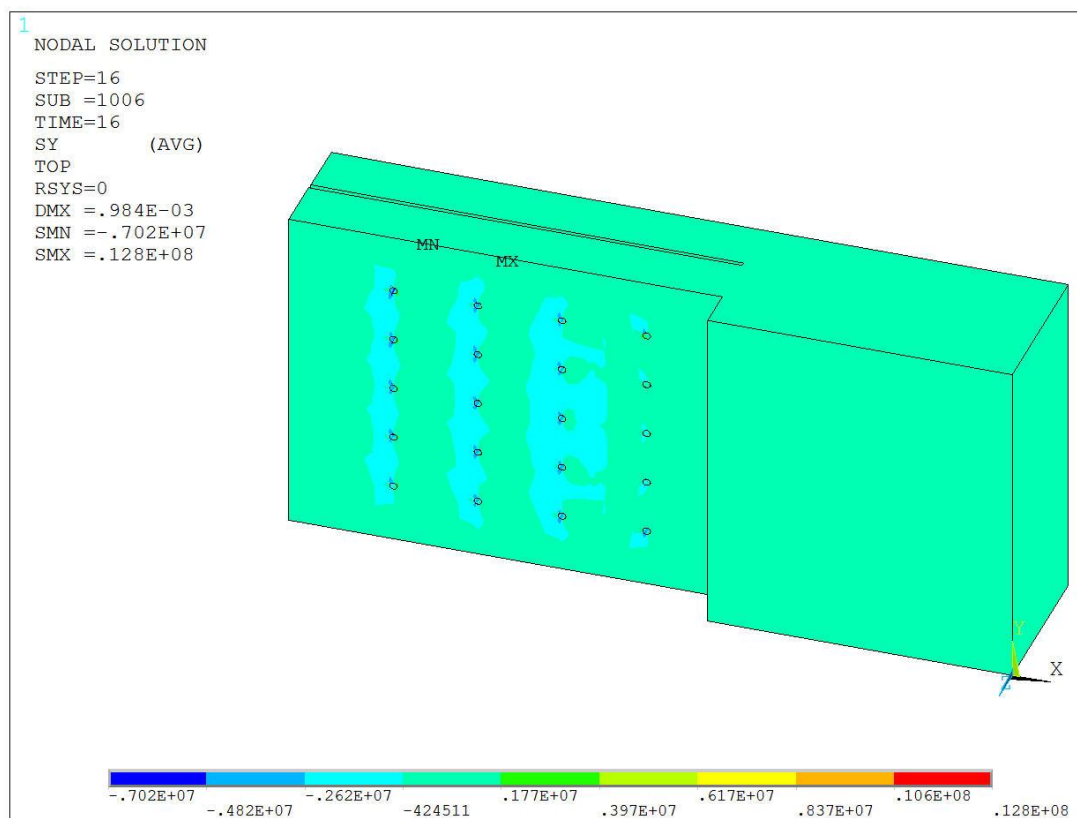
Obr. 5.42 Řez druhou řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,V12}$



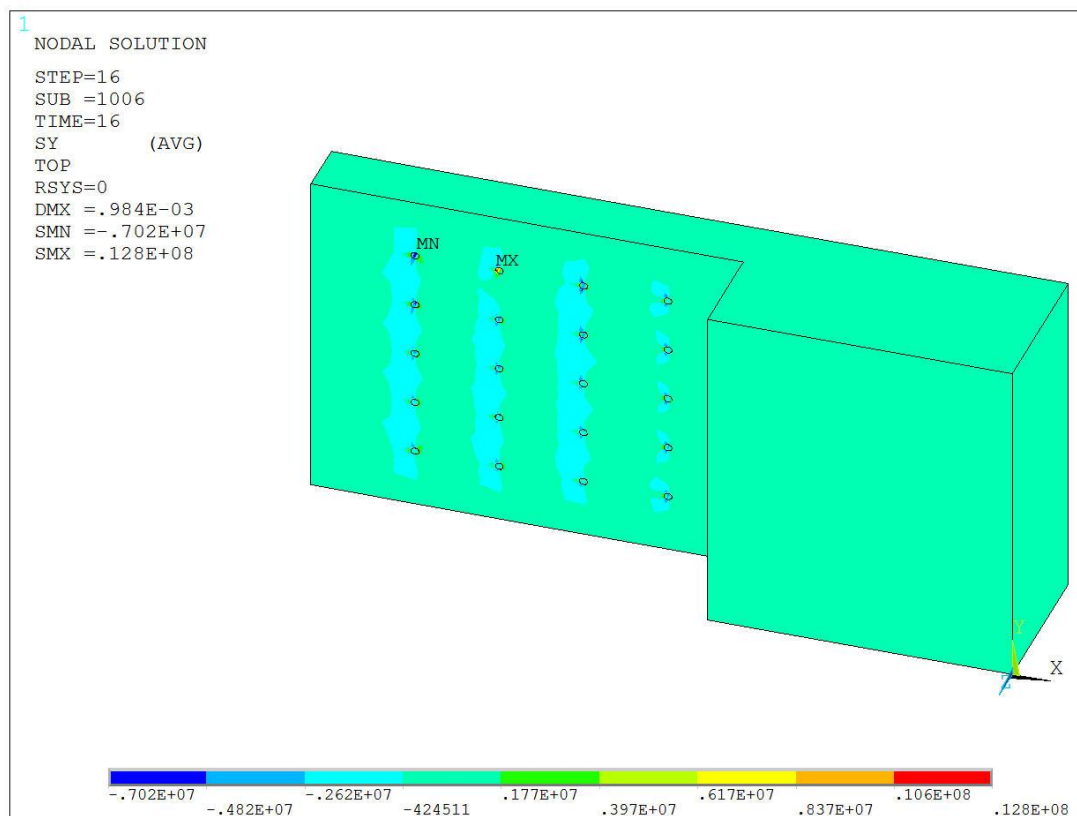
Obr. 5.43 Řez čtvrtou řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{x,v12}$



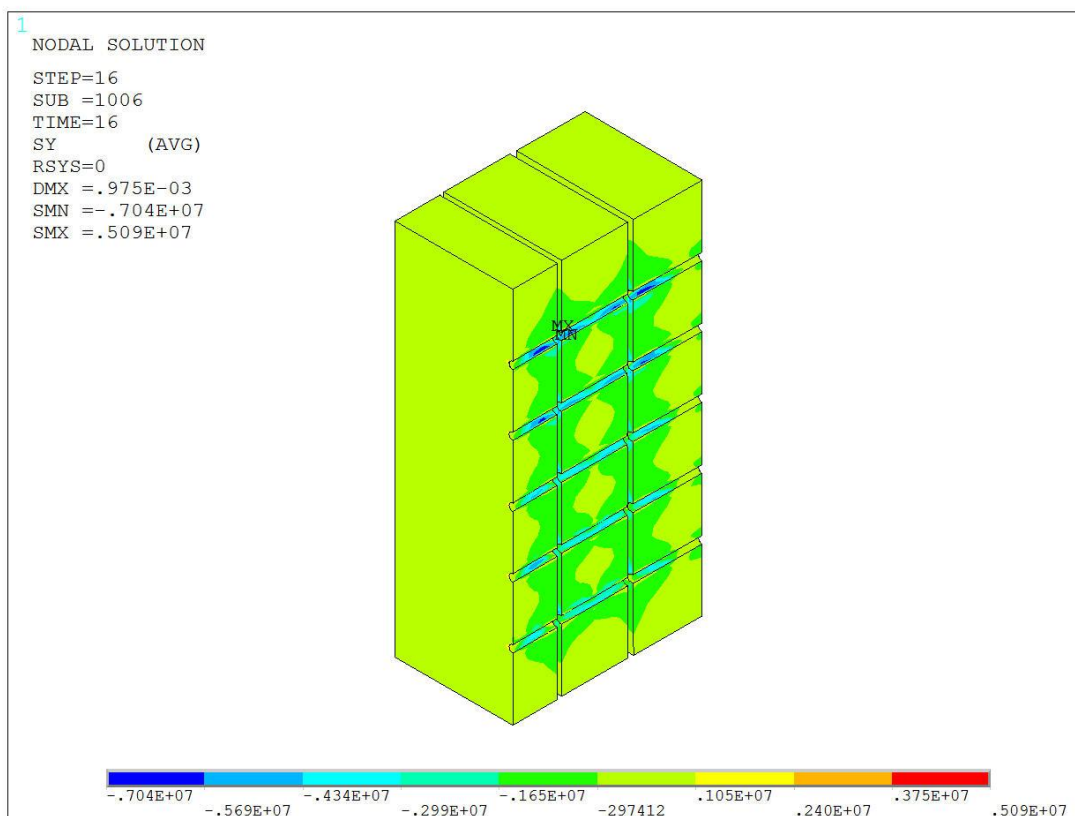
Obr. 5.44 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_{y,v12}$



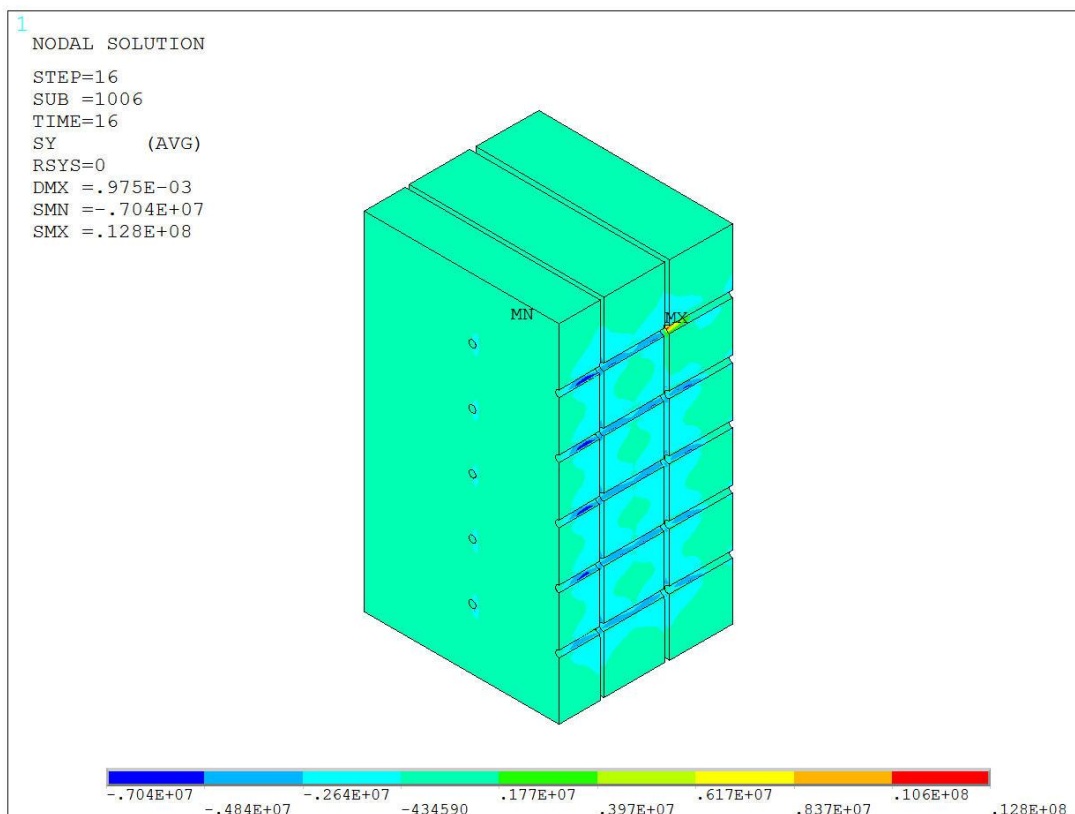
Obr. 5.45 První výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{y,v12}$



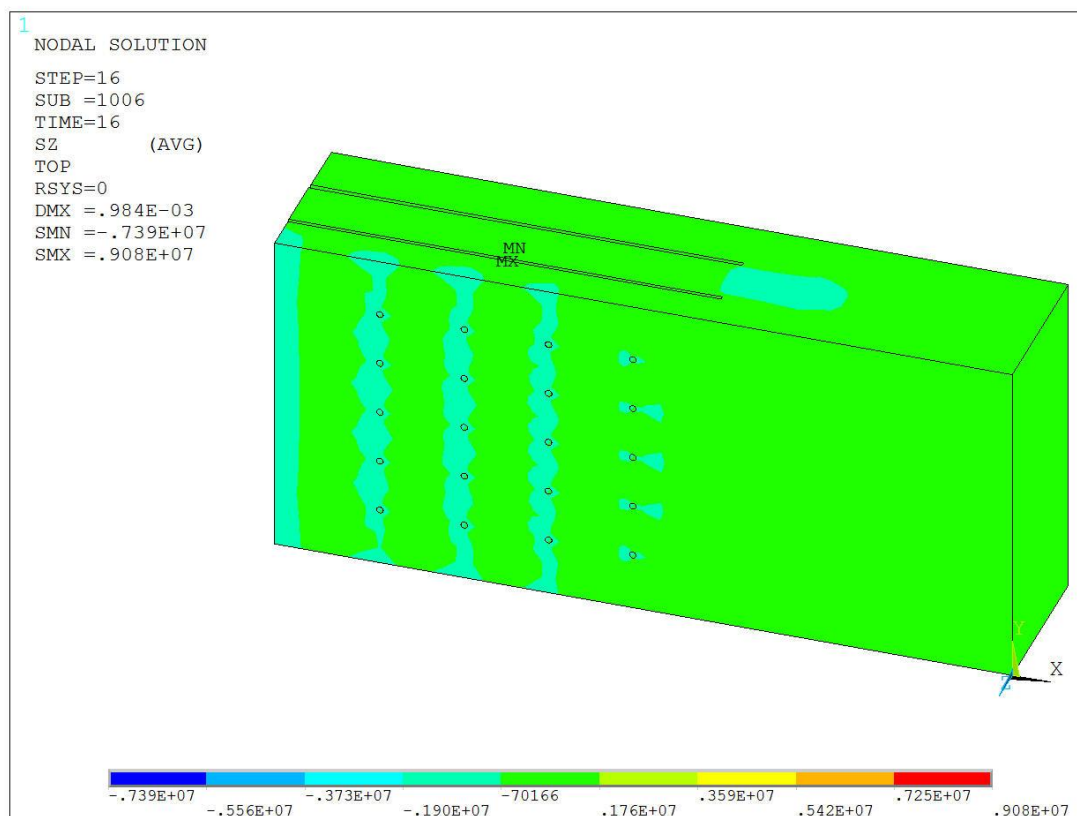
Obr. 5.46 Druhý výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{y,v12}$



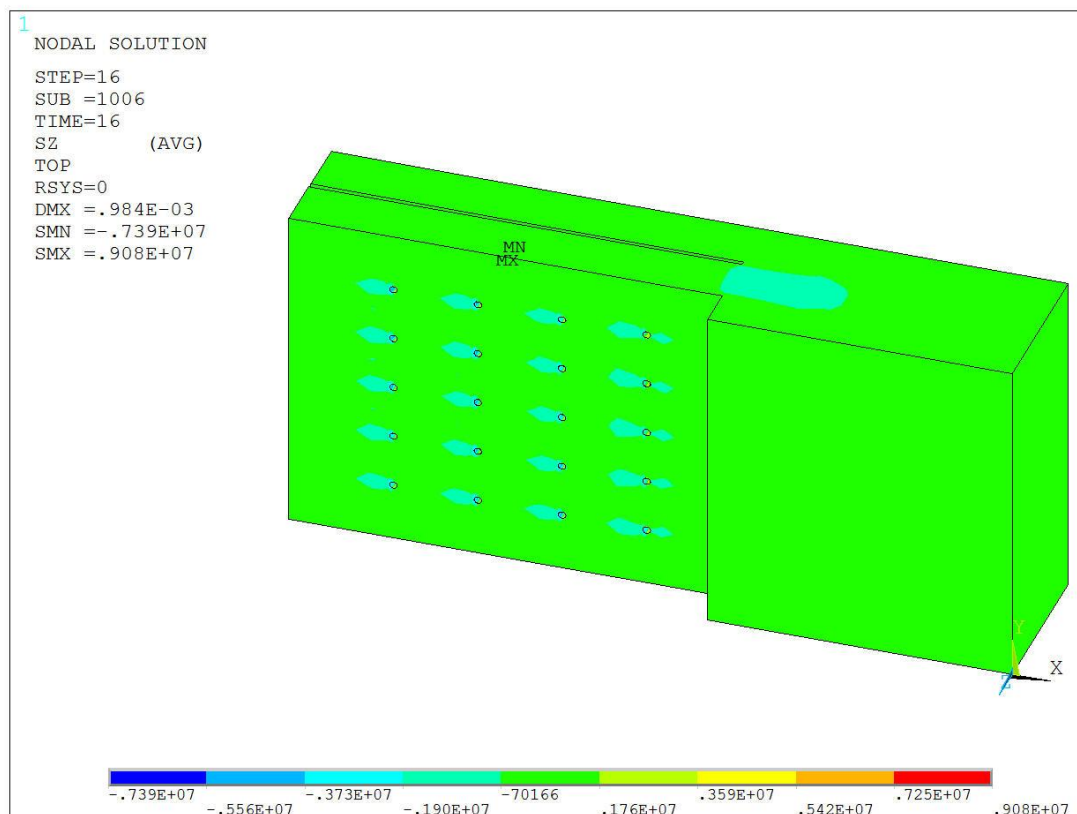
Obr. 5.47 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{y,v12}$



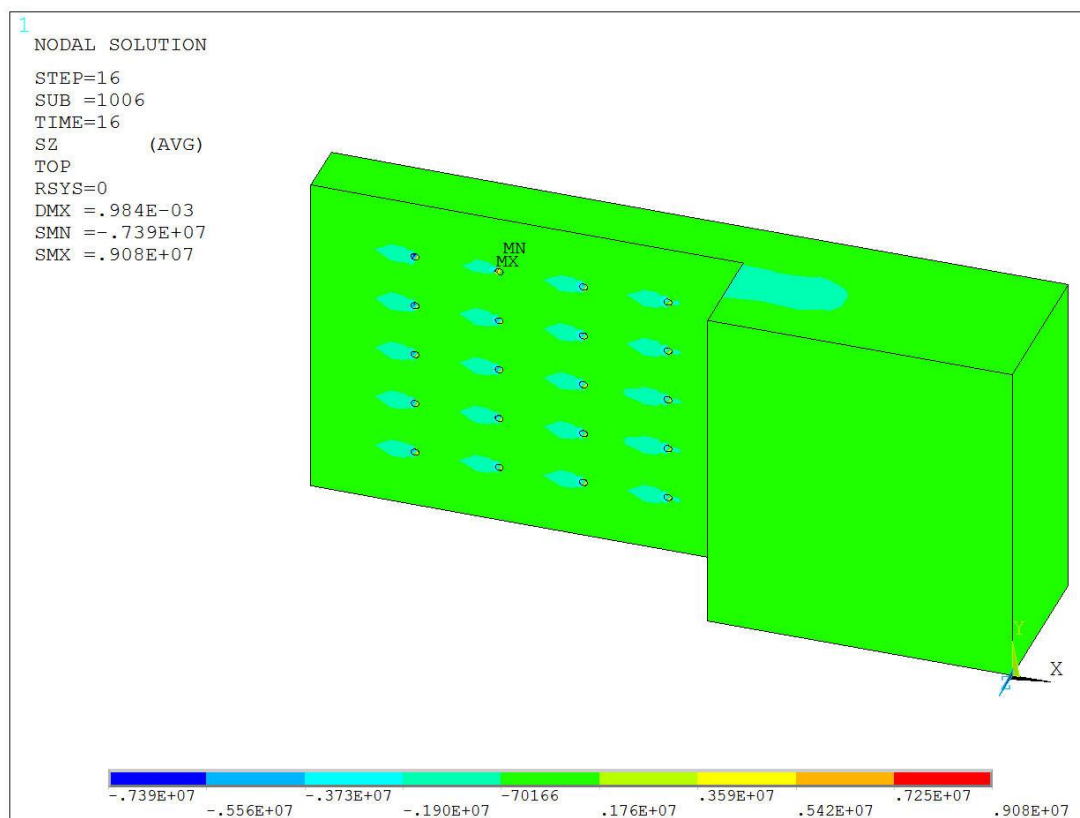
Obr. 5.48 Řez druhou řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{y,v12}$



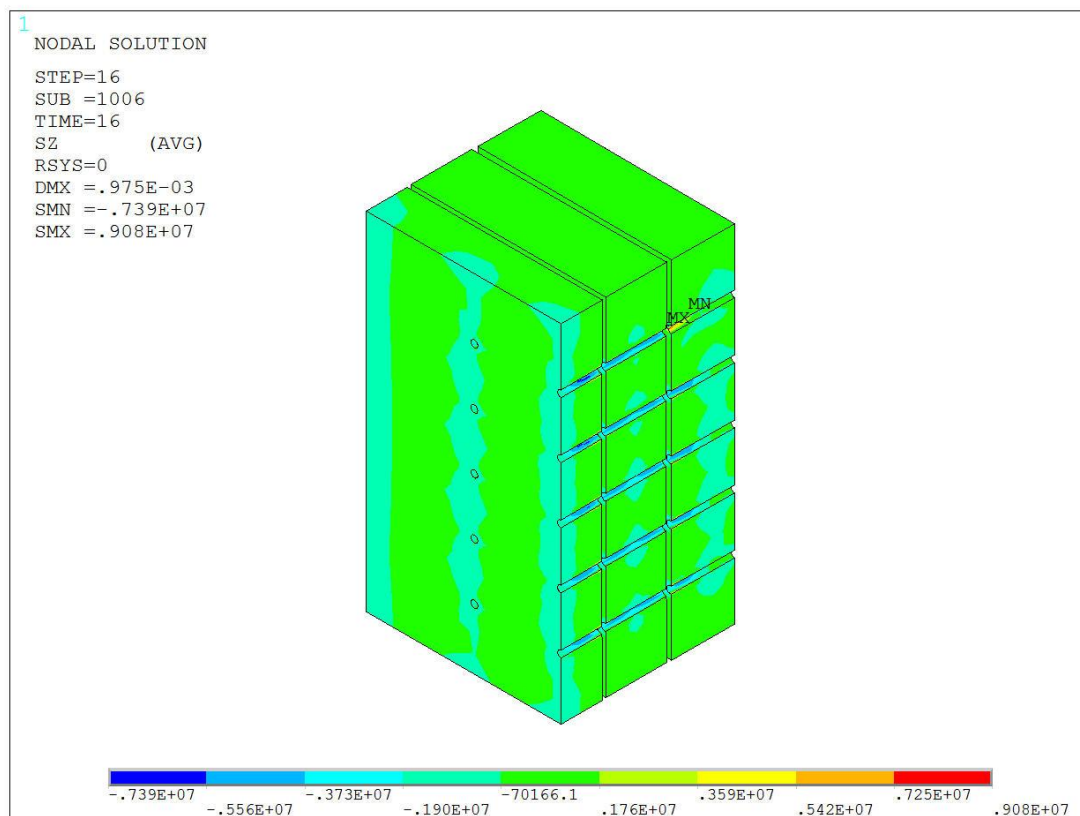
Obr. 5.49 Dřevěné těleso – normálové napětí $\sigma_{z,v12}$



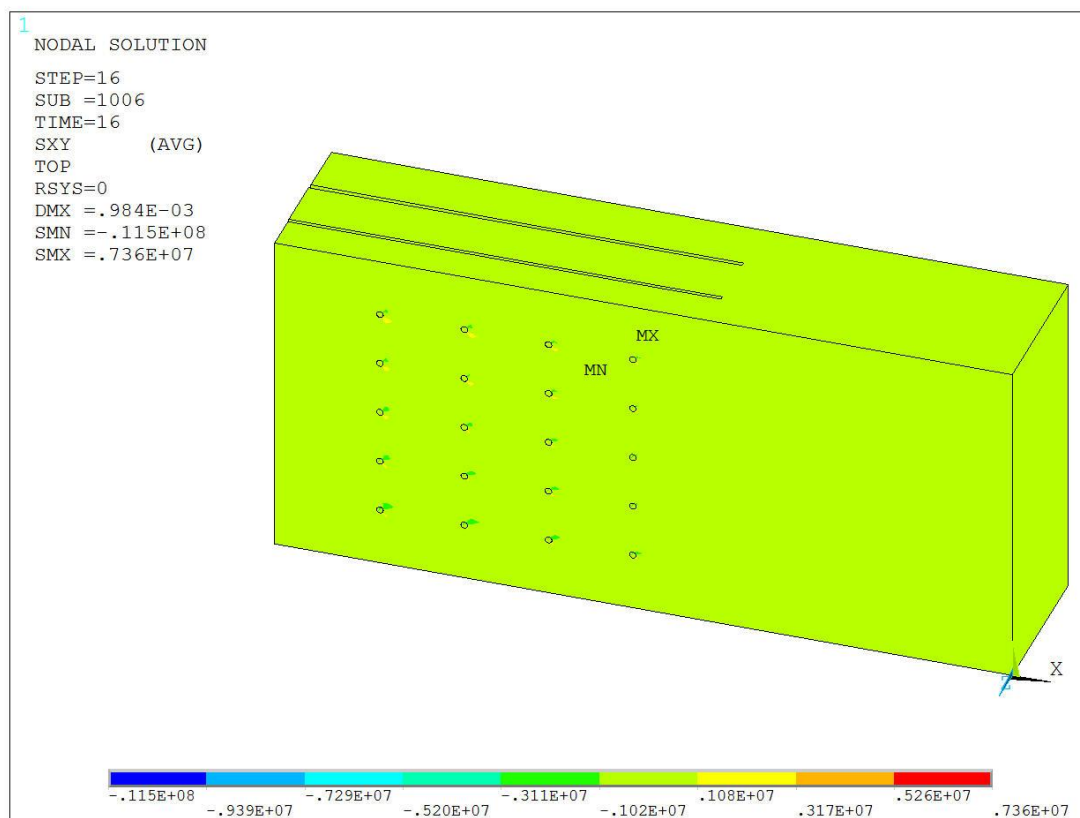
Obr. 5.50 První výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{z,v12}$



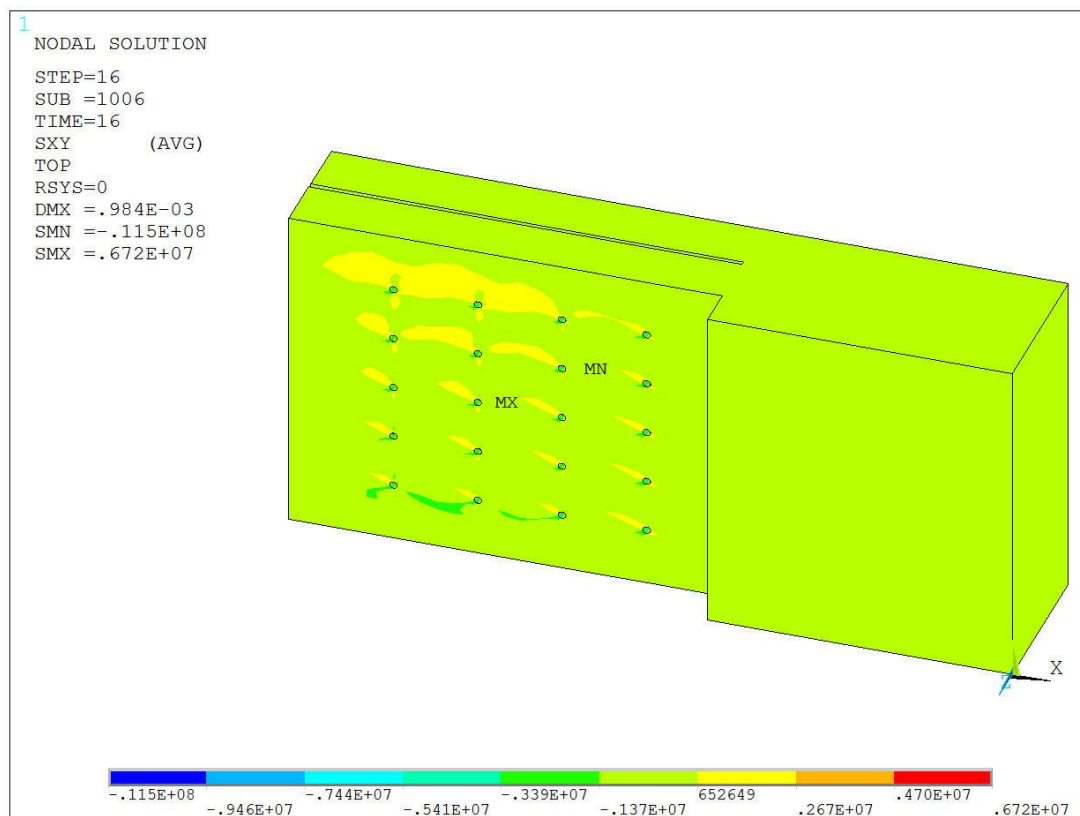
Obr. 5.51 Druhý výřez dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{z,v12}$



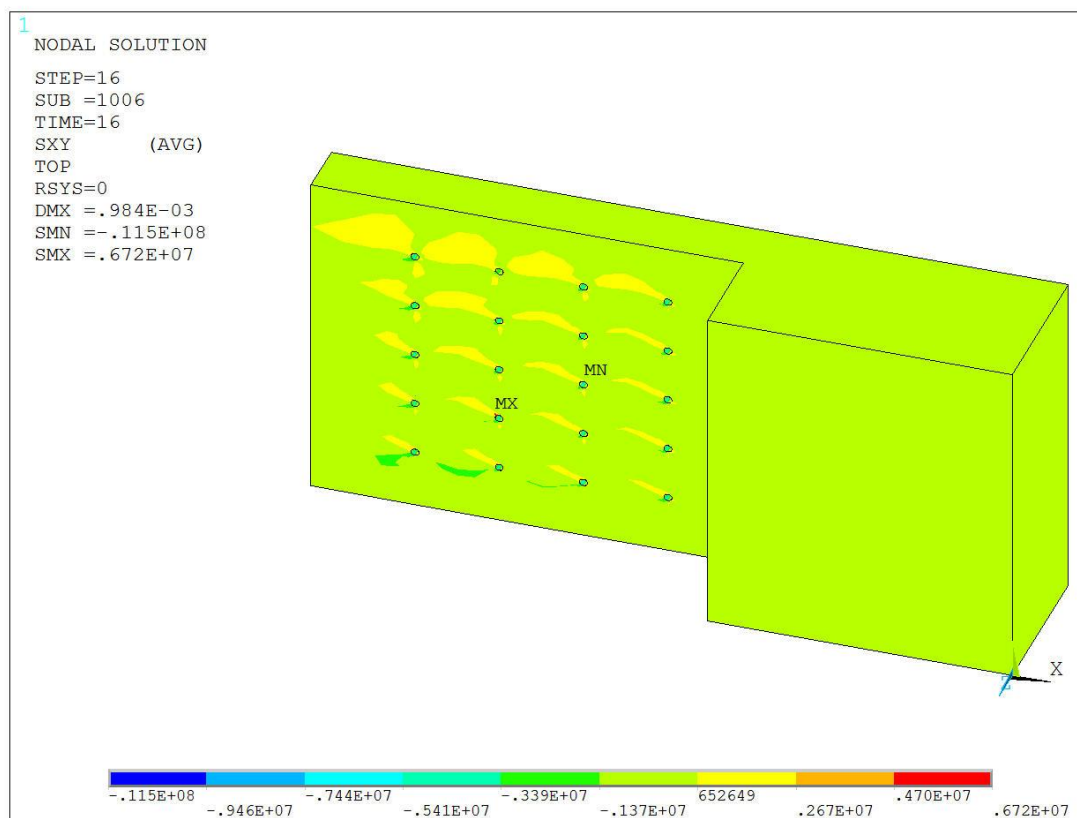
Obr. 5.52 Řez druhou řadou otvorů dřevěného tělesa – normálové napětí $\sigma_{z,v12}$



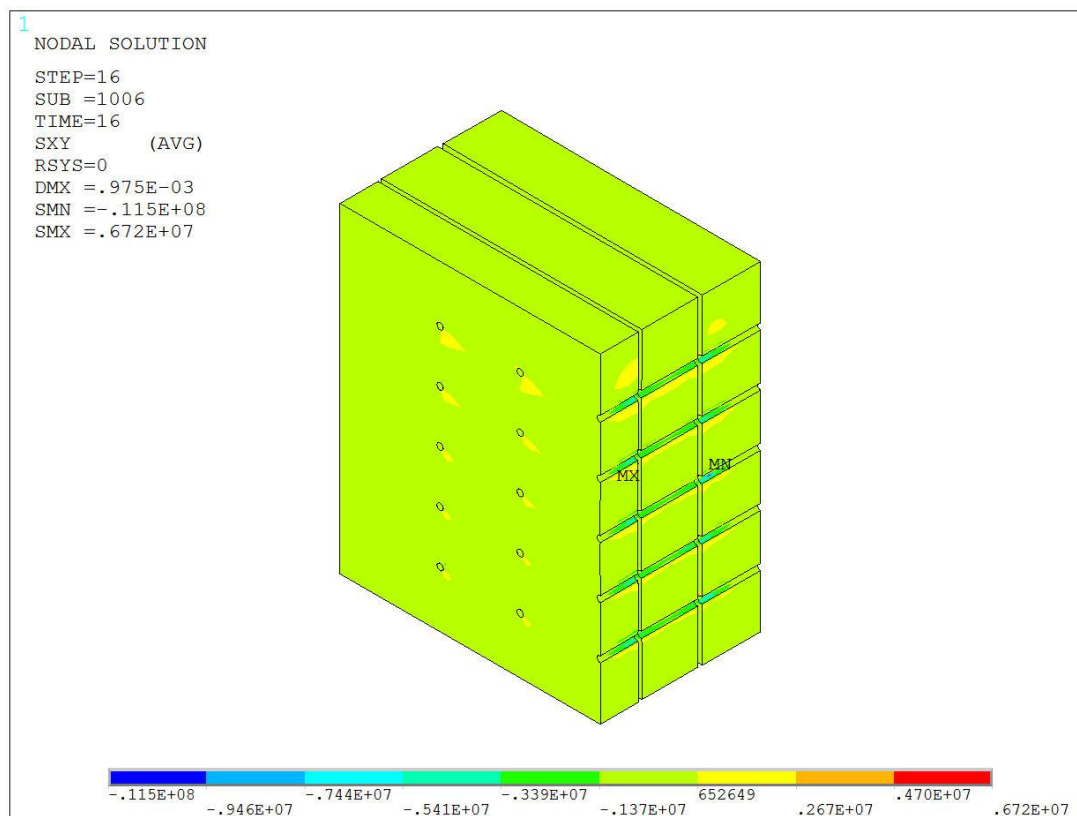
Obr. 5.53 Dřevěné těleso – smykové napětí $\tau_{xy,v12}$



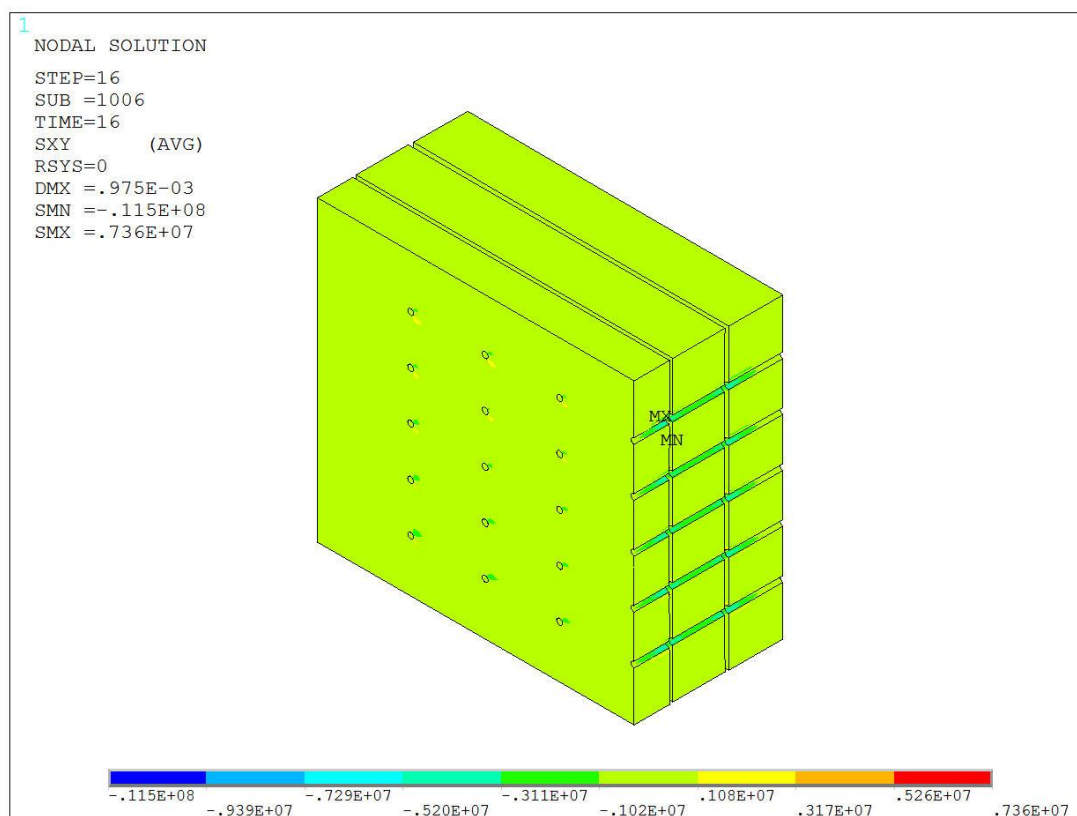
Obr. 5.54 První výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xy,v12}$



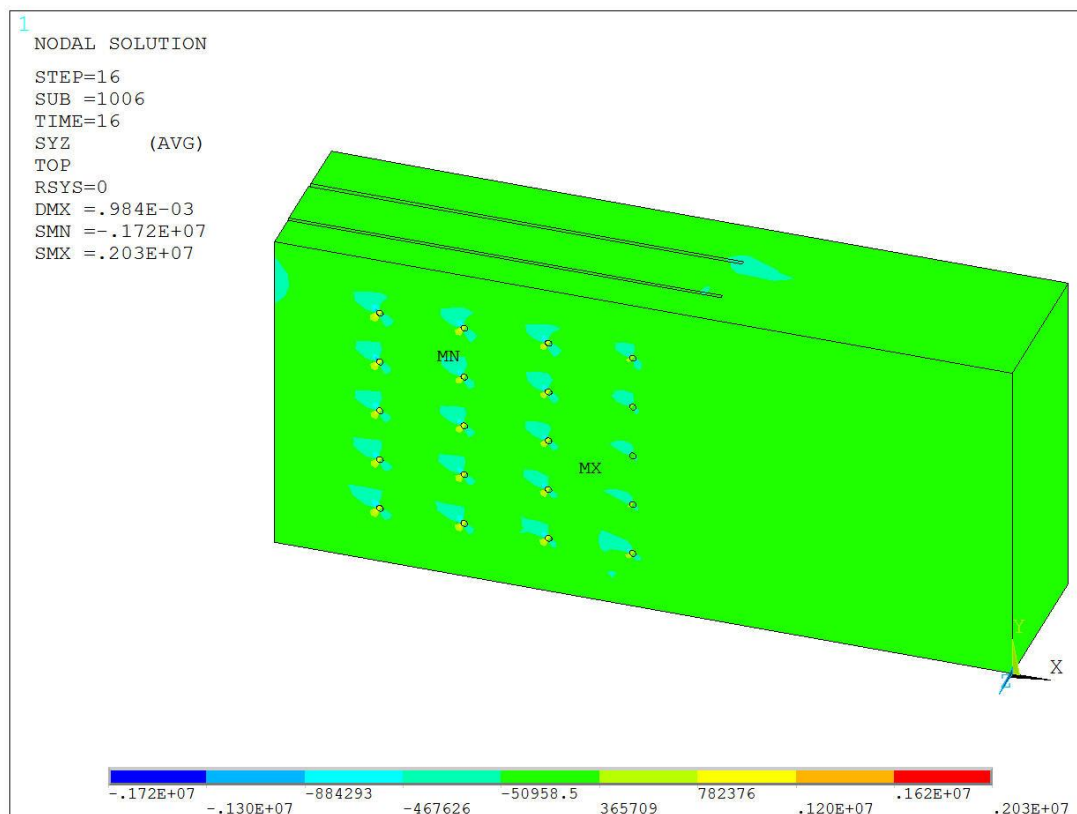
Obr. 5.55 Druhý výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xy,V12}$



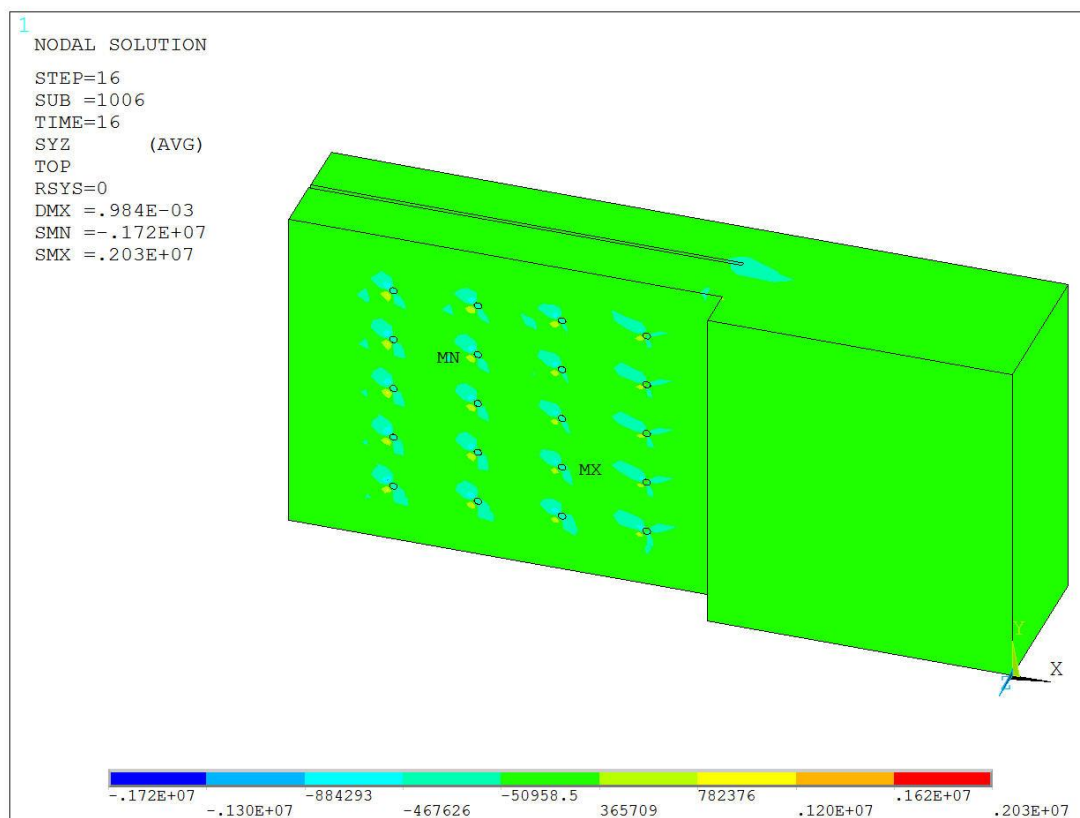
Obr. 5.56 Řez třetí řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xy,V12}$



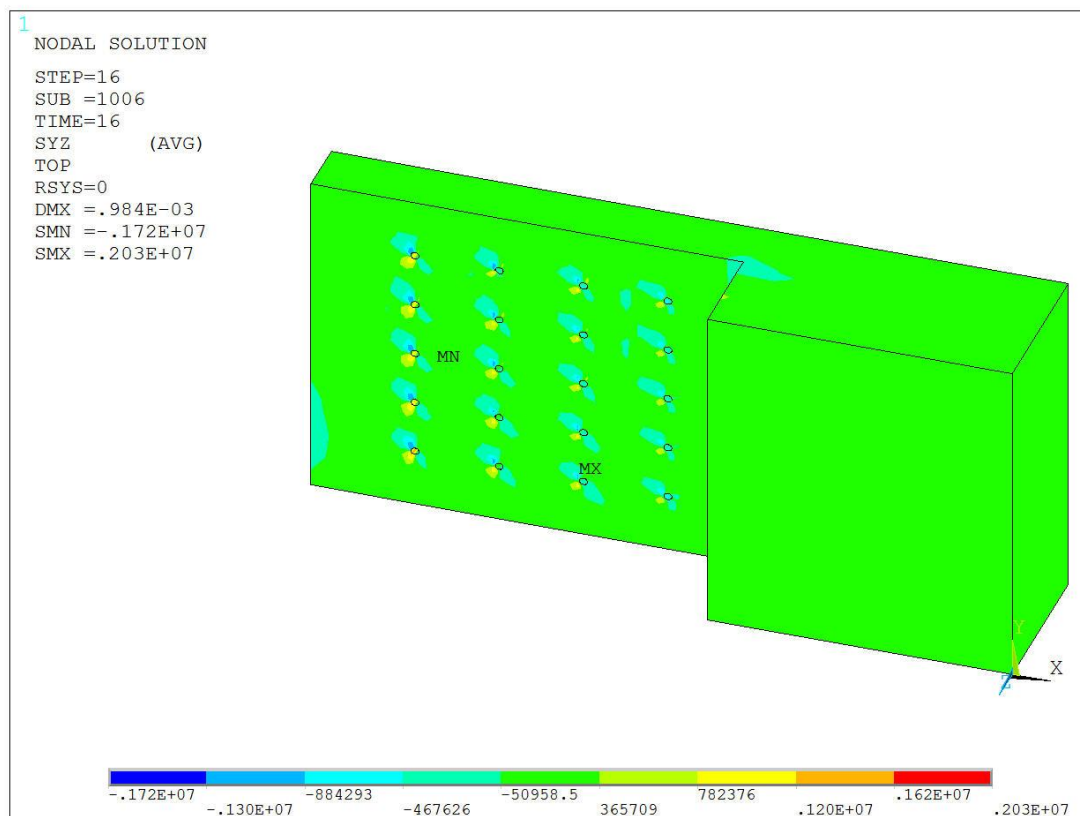
Obr. 5.57 Řez čtvrtou řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xy,V12}$



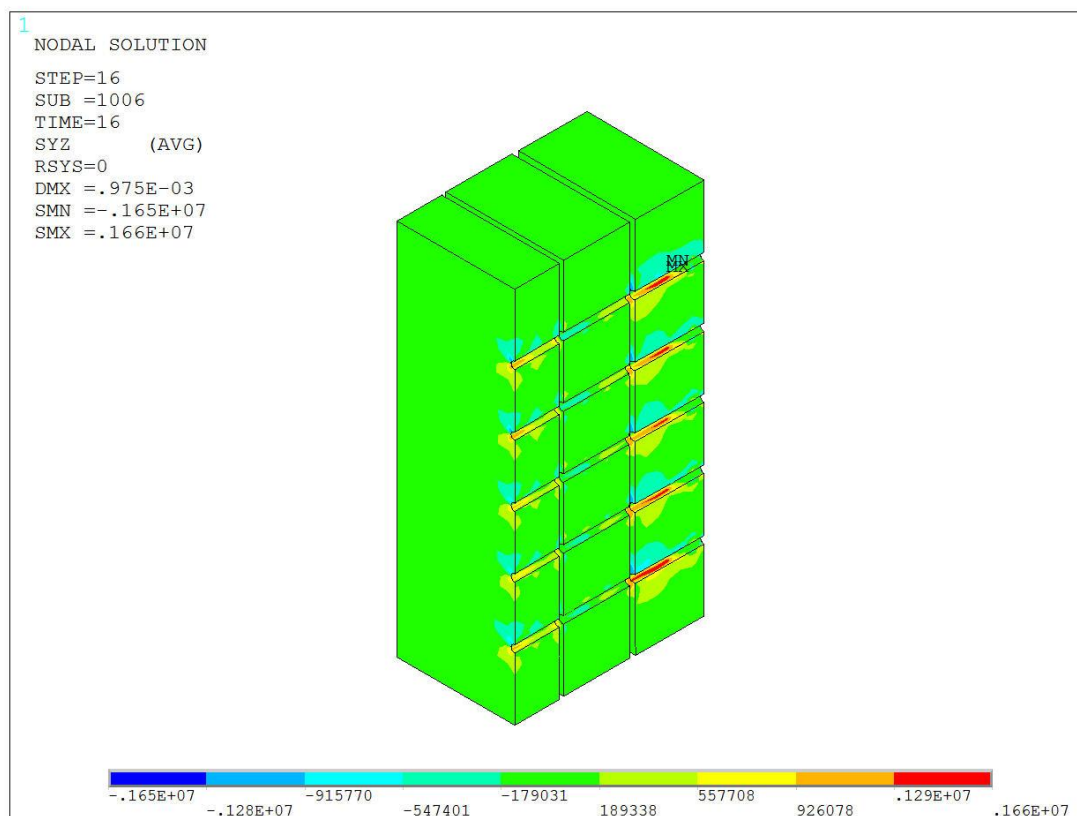
Obr. 5.58 Dřevěné těleso – smykové napětí $\tau_{yz,V12}$



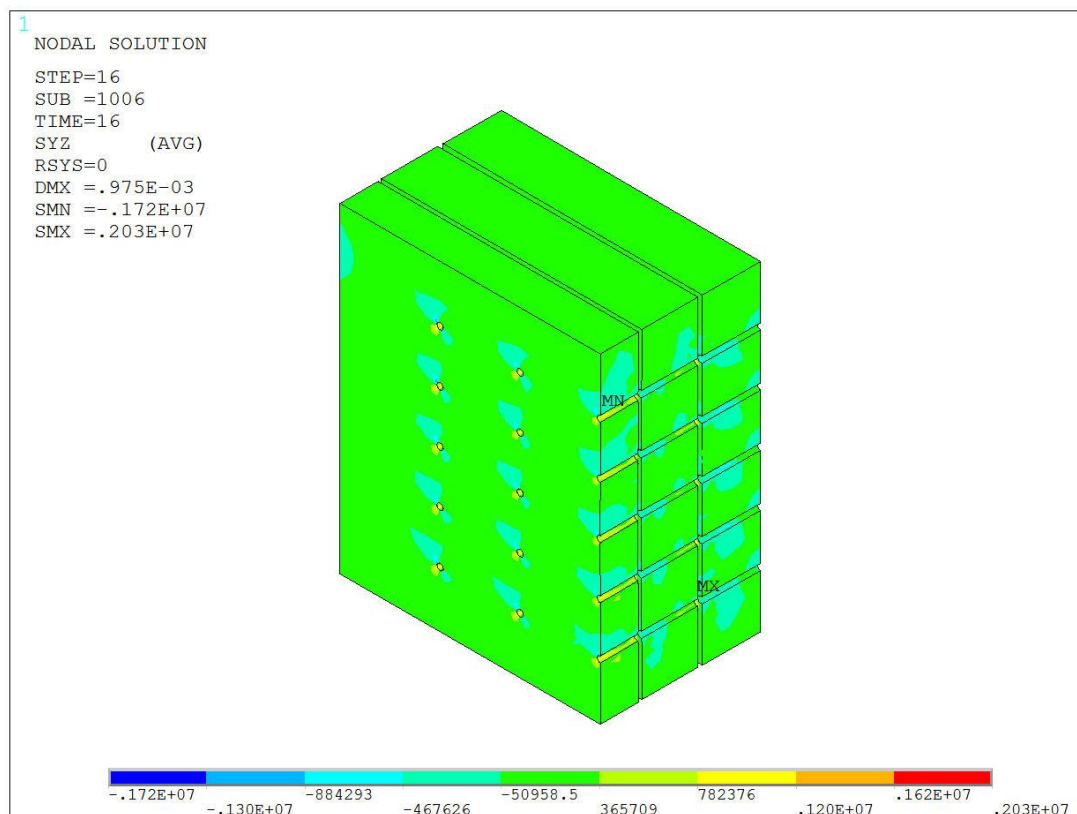
Obr. 5.59 První výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{yz,V12}$



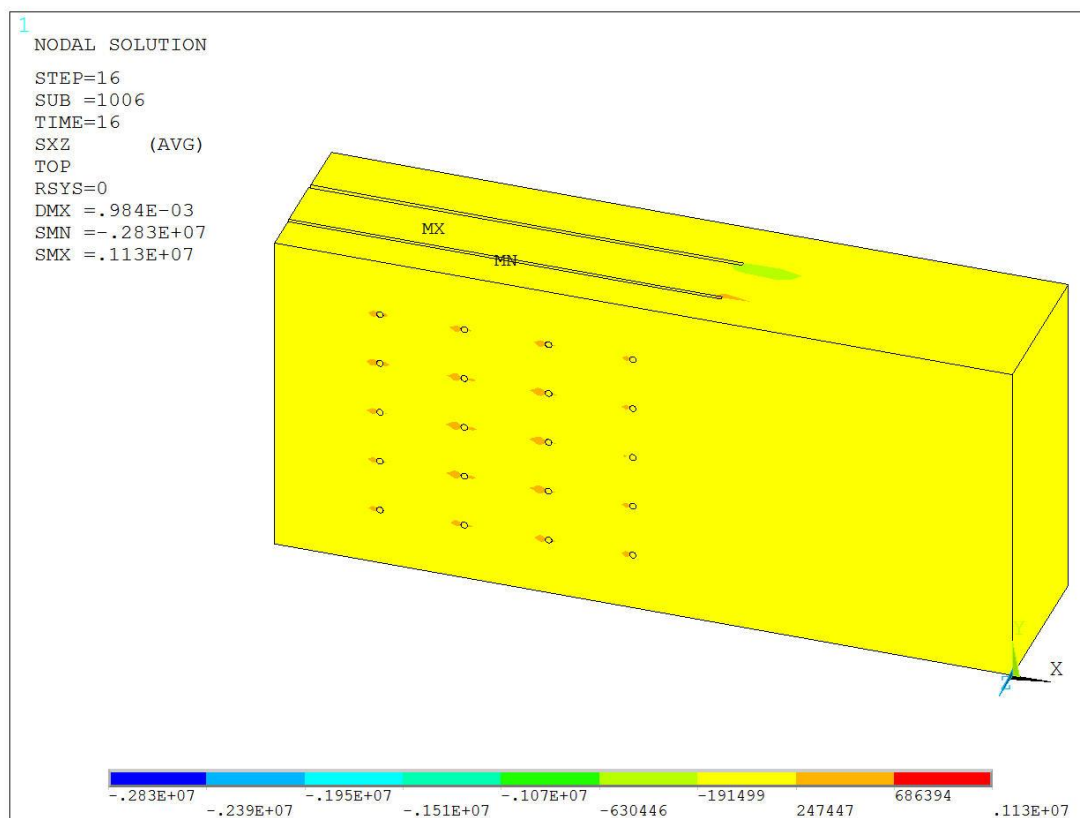
Obr. 5.60 Druhý výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{yz,V12}$



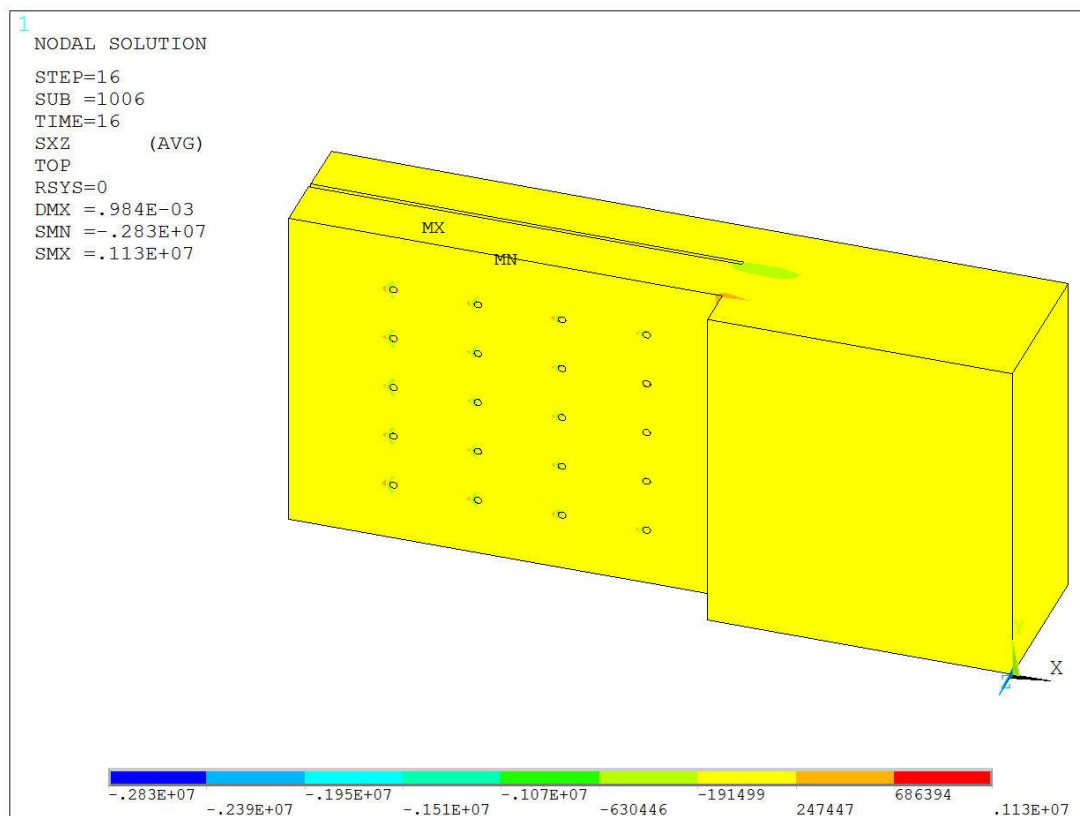
Obr. 5.61 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{yz,V12}$



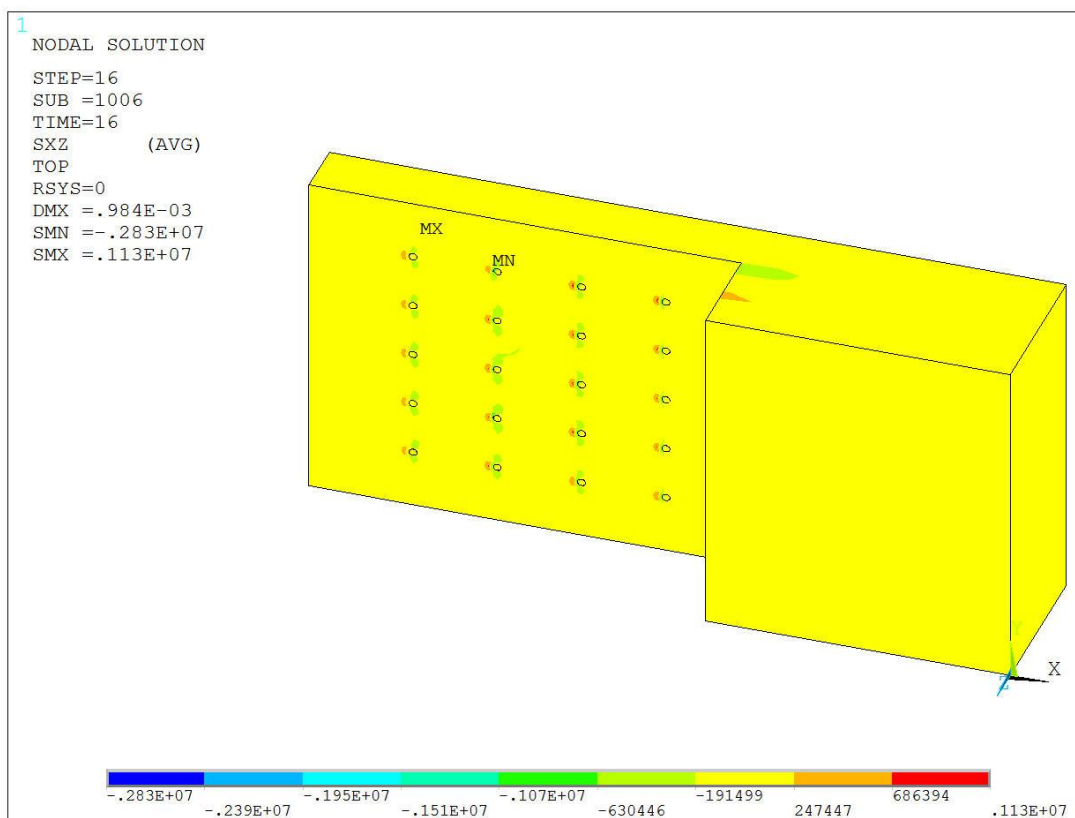
Obr. 5.62 Řez třetí řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{yz,V12}$



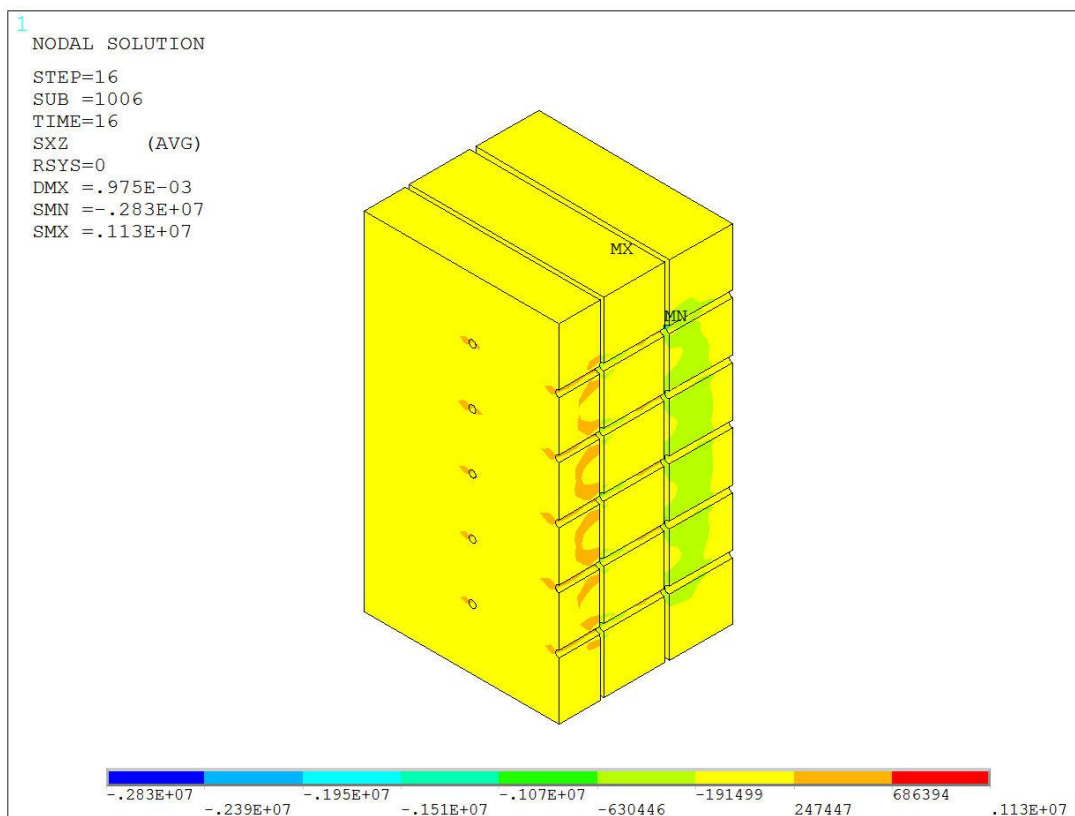
Obr. 5.63 Dřevěné těleso – smykové napětí $\tau_{xz, V12}$



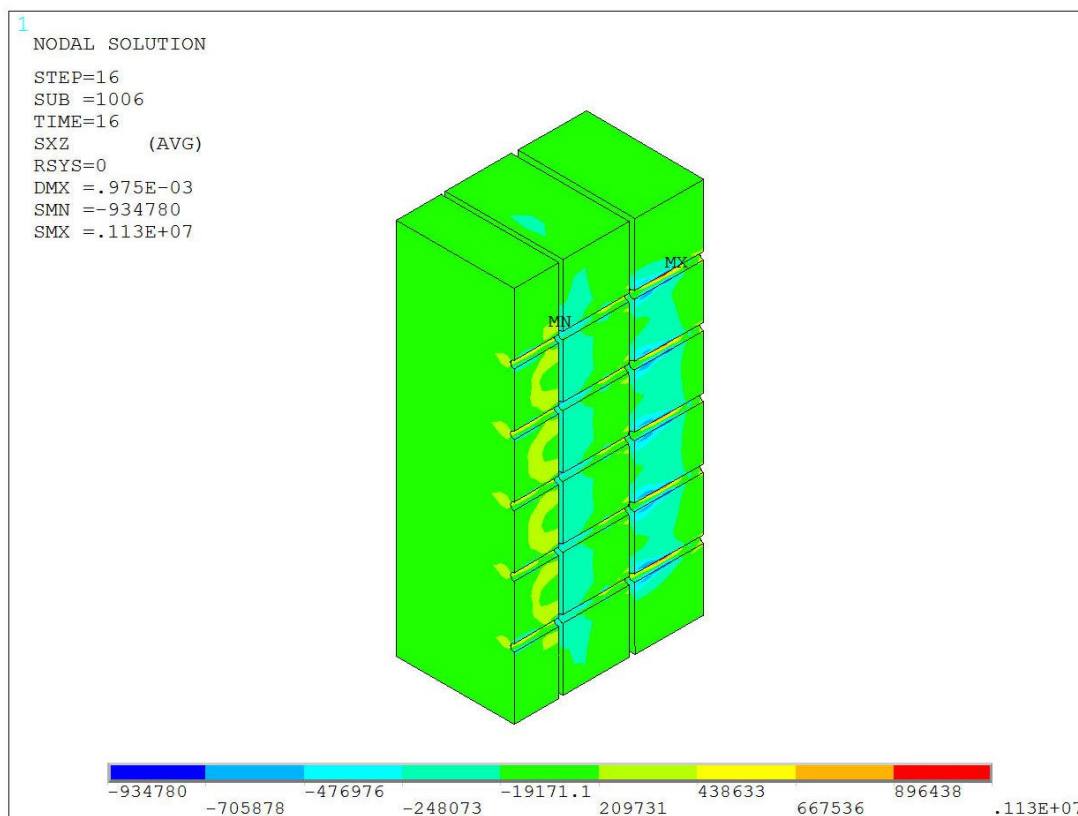
Obr. 5.64 První výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xz, V12}$



Obr. 5.65 Druhý výřez dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xz, V12}$



Obr. 5.66 Řez druhou řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xz, V12}$



Obr. 5.67 Řez první řadou otvorů dřevěného tělesa – smykové napětí $\tau_{xz,V12}$

Misesovo napětí (obr. 5.38) na tenkých ocelových plechách s hřebíky vykazuje hodnotu $\sigma_{\text{Mises},V12} = 528 \text{ MPa}$. Toto maximální Misesovo napětí vzniká na hřebících, kde je minimální pevnost v tahu $f_u = 600 \text{ MPa}$. Napětí působící na tenkých ocelových plechách nepřekračuje mez pevnosti oceli $f_u = 360 \text{ MPa}$, tudíž se spoj neporuší ztrátou pevnosti oceli.

Pro výsledná normálová a smyková napětí na dřevěném tělese jsou postupně odebrány části, tak aby bylo možné nahlédnout dovnitř tělesa. Dále jsou vedeny řezy svislými řadami otvorů v místech, kde je maximální a minimální napětí. Na obr. 5.39 až obr. 5.43 jsou vyobrazena normálová napětí působící ve směru osy x .

Maximální normálové napětí na dřevěném tělese je $\sigma_{x,\text{max},V12} = 19,3 \text{ MPa}$ a minimální $\sigma_{x,\text{min},V12} = -52,1 \text{ MPa}$. Obr. 5.44 až obr. 5.48 představují normálová napětí ve směru osy y , kde největší hodnota činí $\sigma_{y,\text{max},V12} = 12,8 \text{ MPa}$. Nejmenší vznikající tohoto napětí je $\sigma_{y,\text{min},V12} = -7,04 \text{ MPa}$. Maximální normálové napětí působící ve směru osy z je o velikosti $\sigma_{z,\text{max},V12} = 9,08 \text{ MPa}$, zatímco minimální hodnota tohoto napětí činí $\sigma_{z,\text{min},V12} = -7,39 \text{ MPa}$ (obr. 5.49 až obr. 5.52).

Maximální a minimální hodnoty smykového napětí v rovině xy vyobrazená na obr. 5.53 až obr. 5.57 mají velikost $\tau_{xy,\text{max},V12} = 7,36 \text{ MPa}$ a $\tau_{xy,\text{min},V12} = -11,5 \text{ MPa}$. Obr. 5.58 až obr. 5.62 představují smyková napětí v rovině yz na dřevěném tělese. Největší hodnota tohoto napětí činí $\tau_{yz,\text{max},V12} = 2,03 \text{ MPa}$ naopak nejmenší smykové napětí $\tau_{yz,\text{min},V12} = -1,72 \text{ MPa}$. Smyková napětí v rovině xz jsou o hodnotách maxima $\tau_{xz,\text{max},V12} = 1,13 \text{ MPa}$ a minima $\tau_{xz,\text{min},V12} = -2,83 \text{ MPa}$ (obr. 5.63 až obr. 5.67).

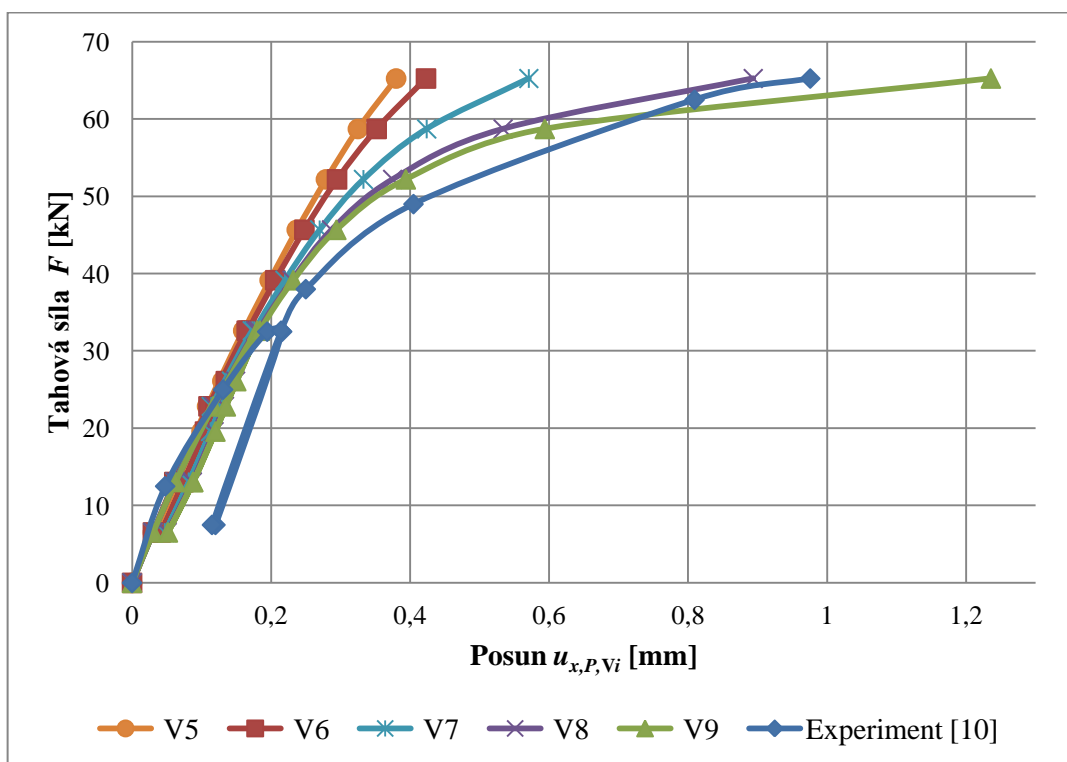
V tab. 5.7 jsou uvedeny výsledky posunutí u_{x,P,V_i} od jednotlivých zatěžovacích kroků pro varianty V5 – V12.

Tab. 5.7 Výsledky posunutí spoje v závislosti na tahové síle F v bodě P (V5 – V12)

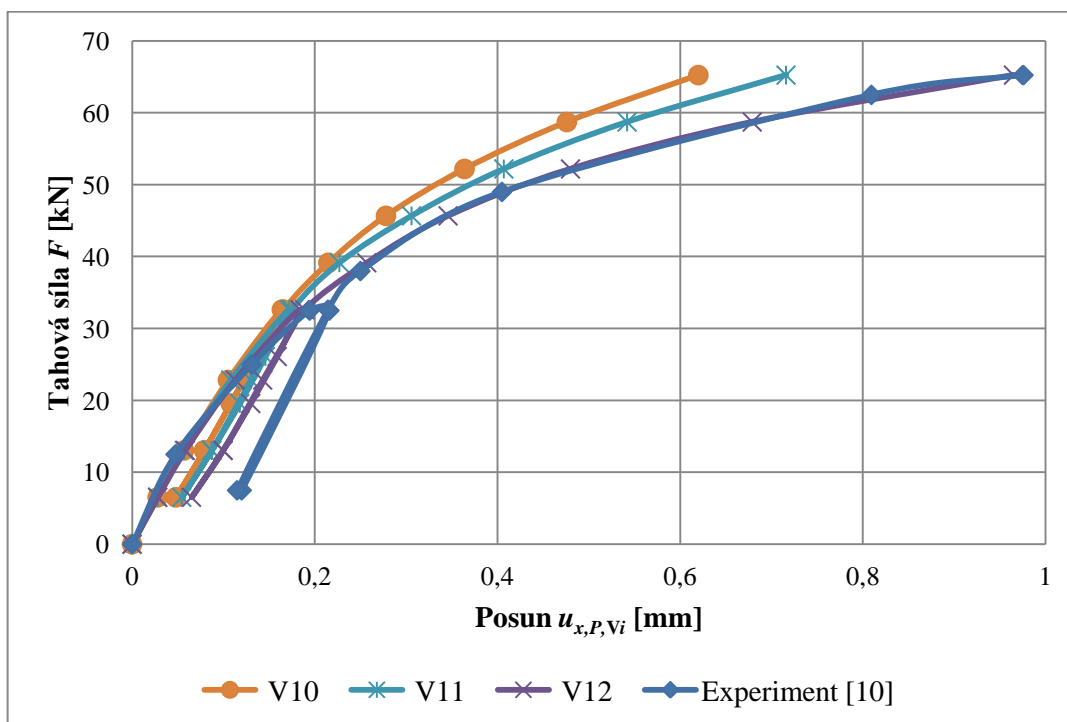
Zatěžovací krok	Tahová síla F [kN]	Posunutí spoje u_{x,P,V_i} [mm]							
		V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	6,525	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,028	0,028	0,028
2	13,050	0,060	0,061	0,062	0,062	0,063	0,057	0,057	0,058
3	22,838	0,108	0,110	0,114	0,117	0,117	0,105	0,108	0,113
4	32,625	0,160	0,165	0,173	0,178	0,180	0,164	0,172	0,184
5	22,838	0,115	0,120	0,128	0,133	0,135	0,122	0,130	0,143
6	13,050	0,070	0,074	0,082	0,087	0,088	0,079	0,087	0,100
7	6,525	0,038	0,042	0,047	0,051	0,052	0,048	0,054	0,065
8	13,050	0,070	0,074	0,082	0,087	0,088	0,079	0,087	0,100
9	19,575	0,100	0,105	0,113	0,118	0,120	0,108	0,118	0,130
10	26,100	0,130	0,135	0,143	0,149	0,150	0,136	0,146	0,159
11	32,625	0,161	0,167	0,176	0,182	0,184	0,166	0,175	0,189
12	39,150	0,198	0,206	0,220	0,230	0,232	0,215	0,227	0,257
13	45,675	0,237	0,248	0,270	0,287	0,294	0,278	0,306	0,346
14	52,200	0,279	0,295	0,333	0,375	0,394	0,364	0,407	0,480
15	58,725	0,325	0,352	0,424	0,534	0,594	0,476	0,542	0,679
16	65,250	0,380	0,423	0,571	0,894	1,236	0,620	0,716	0,965

Z obr. 5.68 je na první pohled zřejmé, že plastické chování materiálu má vliv na celkový posun spoje. Grafy závislosti posunu spoje u_{x,P,V_i} na tahové síle F vycházejí nelineární a při odtěžování modelu spoje vzniká plastická deformace. Změnou meze kluzu dřeva $f_{t0,k}$, se posun spoje mění. Z těchto variant řešení se přibližuje průběhu grafu z experimentu varianta V8, avšak vychází tužší než fyzikální experiment.

Z obr. 5.69 je patrné, že použití ortotropního materiálového modelu smrkového dřeva za použití Hillovy podmínky plasticity má výrazný vliv na celkový průběh grafu závislosti posunu spoje u_{x,P,V_i} na tahové síle F . Výsledky získané z těchto materiálových modelů se přibližují průběhu fyzikálního experimentu. Z těchto variant řešení se jako velice přesná jeví V12. Tato varianta vystihuje průběh grafu a konečný posun spoje $u_{x,exp} = 0,976$ mm získaný experimentem a svou hodnotou posunutí spoje v bodě P $u_{x,P,V12} = 0,965$ mm se přiblížila experimentu s 1% odchylkou. V tab. 5.8 jsou shrnuty výsledné hodnoty od jednotlivých variant řešení.



Obr. 5.68 Graf závislosti posunu spoje $u_{x,V5} - u_{x,V9}$ na tahové síle F



Obr. 5.69 Graf závislosti posunu spoje $u_{x,V10} - u_{x,V12}$ na tahové síle F

Tab. 5.8 Výsledky variant

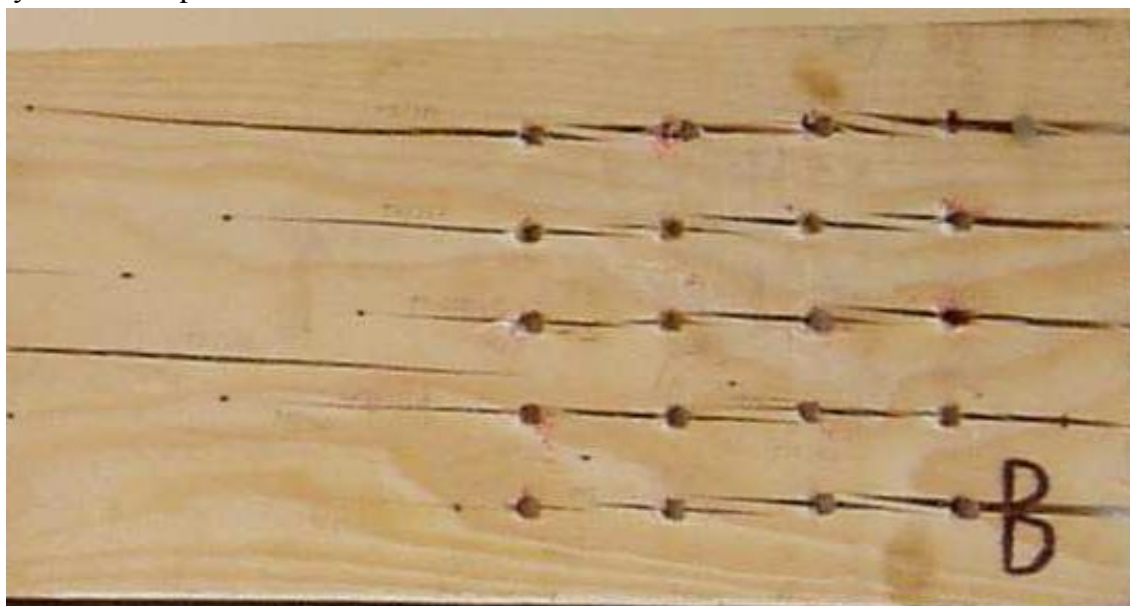
Varianta	Smrkové dřevo																Posun spoje $u_{x,Vi}$ [mm]	
	Plech s hřebíky			normálová napětí [MPa]						smýková napětí [MPa]								
	Misesovo napětí [MPa]																	
	σ_{mises}			σ_x		σ_y		σ_z		τ_{xy}		τ_{yz}		τ_{xz}		numerický model		experiment
min.	max.		min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	max.	bod P		
V1	1,2	584		-43,5	54,3	-10,6	17,1	-3,8	5,4	-31,0	31,0	-6,6	6,6	-13,1	12,6	0,281	0,274	0,976
V2	0,4	852		-85,3	81,3	-31,3	55,9	-4,1	7,6	-66,4	62,5	-14,0	11,9	-17,2	10,3	0,308	0,299	
V3	1,3	1060		-55,2	52,1	-2,0	3,7	-0,6	0,6	-8,2	8,2	-2,3	2,3	-1,0	-0,9	0,262	0,257	
V4	0,5	1210		-68,9	75,9	-8,8	18,6	-0,7	3,2	-19,3	18,4	-4,5	4,6	-1,3	1,4	0,287	0,280	
V5	0,6	318		-27,6	19,7	-15,5	8,6	-19,8	12,1	-7,3	7,6	-2,9	2,9	-3,7	3,9	0,386	0,380	
V6	0,6	335		-27,1	21,0	-15,9	9,7	-20,1	13,3	-7,0	7,3	-2,6	2,5	-3,6	3,7	0,428	0,423	
V7	0,6	383		-30,7	23,5	-15,9	12,9	-22,2	16,4	-8,4	8,6	-2,5	2,5	-4,1	4,2	0,576	0,571	
V8	0,6	442		-38,4	35,3	-16,9	23,6	-24,9	26,7	-11,5	11,9	-3,2	3,2	-5,4	4,4	0,903	0,894	
V9	0,6	469		-42,3	35,9	-17,5	25,0	-26,2	28,3	-13,1	13,0	-4,0	3,9	-6,1	4,2	1,246	1,236	
V10	1,2	450		-29,6	16,5	-8,9	5,9	-6,3	3,2	-3,8	4,1	-1,7	1,8	-0,8	0,9	0,629	0,620	
V11	1,0	476		-32,9	20,2	-8,1	7,6	-6,6	4,6	-4,5	4,6	-1,8	1,7	-0,8	0,9	0,725	0,716	
V12	0,8	528		-52,1	19,3	-7,0	12,8	-7,4	9,1	-11,5	7,4	-1,7	2,0	-2,8	1,1	0,973	0,965	

0,976

5.5. Zhodnocení výsledků

Vkládané tenké ocelové plechy s hřebíky se ve variantách V1 – V4 uvažovaly jako izotropní materiál. Pro varianty V5 – V9 se k izotropnímu chování ocelových tenkých plechů s hřebíky zohlednil pružnoplastický materiálový model s izotropním zpevněním. Mezi plechy a dřevěným částmi je stálá mezera 0,5 mm.

Varianty V1 a V2 představovaly izotropní chování dřevěného tělesa a ve variantách V3 a V4 byl použit ortotropní materiálový model smrkového dřeva. Ve variantách V1 a V3 byly veškeré společné uzly vzájemně spojeny, tudíž model spoje tvořil jeden celek. Varianty V2 a V4 zahrnovaly vliv kontaktů na plochách, kde se povrchy hřebíků dotýkaly otvorů ve dřevěném tělese. Výsledné grafy závislosti posunu spoje $u_{x,P,Vi}$ na tahové síle F (obr. 5.32) měly lineární průběh, tudíž při odtěžování nebyly vystiženy plastické deformace. Výsledky posunutí spoje získané z numerických modelů byly odlišné oproti měření z fyzikálního experimentu [10], protože zde nebylo uvaženo plastické chování materiálů. Misesovo napětí vznikající na tenkých ocelových plechách s hřebíky vykazovalo hodnotu $\sigma_{Mises,V4} = 1210 \text{ MPa}$, což překračuje mez pevnosti oceli $f_u = 360 \text{ MPa}$ a i minimální pevnost v tahu hřebíků $f_u = 600 \text{ MPa}$. V této variantě řešení V4 by mohlo dojít k porušení ocelových plechů i hřebíků. Normálové napětí $\sigma_{x,max,V4} = 75,9 \text{ MPa}$ je vyšší než návrhová pevnost v otlacení $f_{h,d} = 23,8 \text{ MPa}$, tudíž lze očekávat porušení trhlinami. Na obr. 5.70 je znázorněno porušení spoje při fyzikálním experimentu.



Obr. 5.70 Trhliny na dřevěném tělese z experimentu [10]

Izotropní materiálový model smrkového dřeva byl také použitý ve variantách V5 – V9. Dále byl v těchto variantách zohledněn pružnoplastický materiálový model s lineárním izotropním zpevněním a s uvažovanou Misesovou podmínkou plasticity, ve které se měnila hodnota meze kluzu dřeva (viz tab. 5.2).

Ve variantách V10 – V12 se uvažovalo ortotropní chování smrkového dřeva s aplikovaným pružnoplastickým materiálovým modelem s lineárním izotropním zpevněním a zobecněnou anizotropní Hillovou podmínkou plasticity. Podobně jako

u variant V5 – V9 se zde měnila hodnota meze kluzu dle tab. 5.5. Minimální hodnota meze kluzu $f_{t0,k} = f_{c0,k} = 6,0$ MPa byla uvažována ve variantě V12. Pro nižší hodnoty meze kluzu již výpočet nekonvergoval.

Výsledný graf závislosti posunu spoje $u_{x,P,Vi}$ na tahové síle F z varianty V12 (obr. 5.69) odpovídá svým průběhem grafu z fyzikálního experimentu. Konečná hodnota posunutí spoje vychází u této varianty řešení $u_{x,P,V12} = 0,965$ mm, zatímco naměřená velikost posunu spoje v rámci experimentu činí $u_{x,exp} = 0,976$ mm. Odchylka těchto dvou hodnot je zhruba 1 %. Takto vypočtená hodnota se dá považovat za přijatelnou, nejen svým konečným výsledkem posunutí spoje, ale také svým průběhem grafu (obr. 5.69).

Maximální Misesovo napětí na ocelových plechách s hřebíky ve variantě V12 vychází $\sigma_{Mises,V12} = 528$ MPa. Tato velikost napětí vzniká na hřebících s minimální pevností v tahu $f_u = 600$ MPa. Hodnoty napětí na ocelových plechách jsou pod mezí pevnosti oceli ($f_u = 360$ MPa), tudíž u této varianty nedojde k porušení ocelových plechů ani hřebíků. Normálové napětí $\sigma_{x,max,V12} = 19,3$ MPa nepřekračuje návrhovou pevnost v otlacení $f_{h,d} = 23,8$ MPa, ale minimální napětí $\sigma_{x,min,V12} = -52,1$ MPa ji překračuje. V této variantě řešení by mohlo nastat porušení trhlinami v dřevěném tělese (obr. 5.70).

Výsledky jednotlivých variant numerických modelů se ve srovnání s experimentem mírně lišily. Důvody mohou být následující:

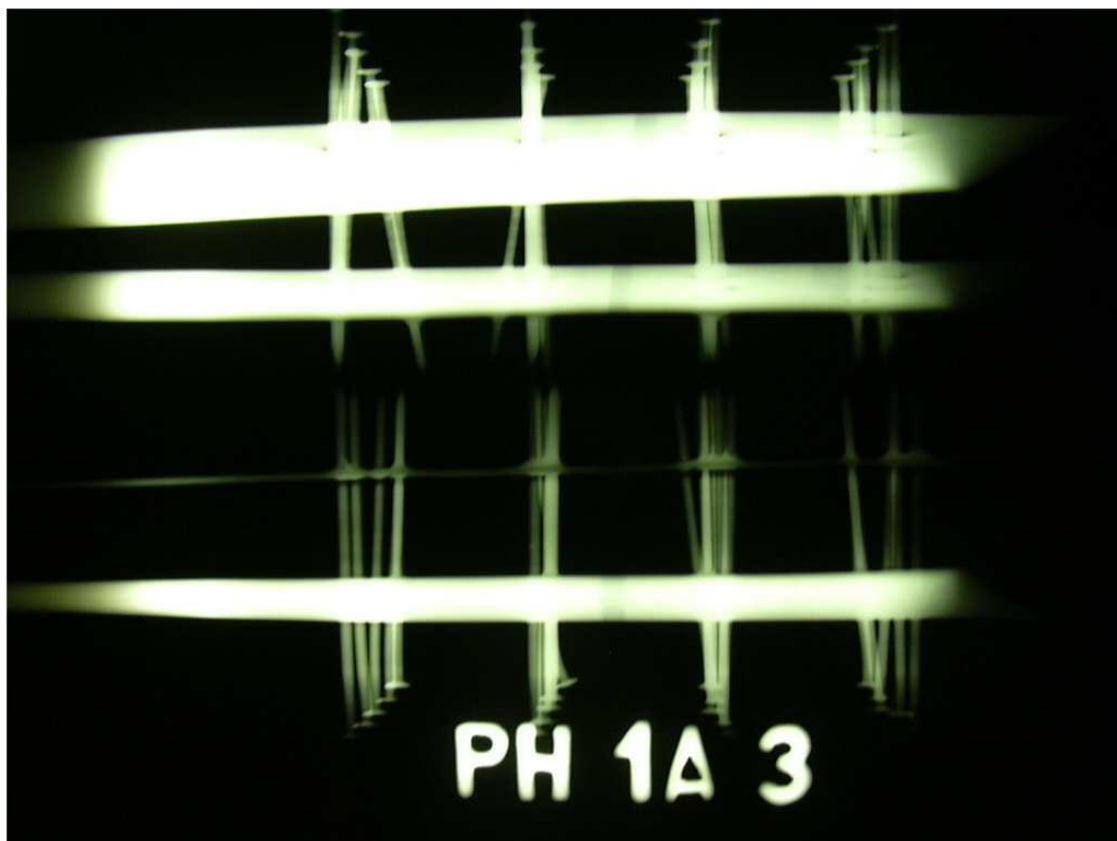
- vady vzniklé růstem dřeva, jako jsou například suky a trhliny (obr. 5.71),
- výrobní imperfekt, tj. nesouměrnost drážek pro tenké plechy (obr. 5.72), nedodržená kolmost hřebíků k ocelovým plechům (obr. 5.73),
- nepřesný materiálový model, například neznámé materiálové charakteristiky dřeva zkušebního tělesa ve fyzikálním experimentu [10],
- nepřesnost v odměření výsledných hodnot posunutí spoje z grafu uvedené v práci [10].



Obr. 5.71 Označení vad dřeva na dřevěném tělese [10]



Obr. 5.72 Pohled na zkušební těleso, nesouměrnost drážek pro ocelové plechy [10]



Obr. 5.73 Rentgenové snímky vkládaných tenkých ocelových plechů s hřebíky [10], kde hřebíky nejsou zaraženy kolmo k ocelovým plechům

6. Závěr

Statická analýza spoje dřevěné konstrukce vytvořeného ve výpočetním programu ANSYS ukázala zajímavé výsledky a dobrou shodu s fyzikálním experimentem, který byl realizován v rámci disertační práce [10].

V této diplomové práci se nejprve zpracovaly tři dílčí studie. Byly vytvořeny analýzy jednoduchých případů chování materiálu, které se následně aplikovaly na podrobnější modelování hřebíkového spoje s vkládanými tenkými ocelovými plechy.

Chování izotropního a ortotropního materiálu představovalo šest různých materiálových modelů s označením M1 až M6. Pro výpočtové modely byly ručním výpočtem ověřeny hodnoty normálových a smykových napětí, deformací a posunů. Hodnoty z ručního řešení ukázaly naprostou shodu s výsledky získanými z výpočtového systému ANSYS.

Pomocí Hertzovy kontaktní teorie bylo ručně počítáno napětí při otlacení. Na zvoleném ilustračním příkladě byly použity čtyři varianty nazvané K1 až K4, u nichž se měnily materiálové vlastnosti dle materiálových modelů M1, M2 a M4, M5. Následně byl proveden ruční výpočet maximálního kontaktního napětí, který byl porovnán s numerickým modelováním. Výsledky z programu ANSYS ukázaly menší nepřesnosti. Varianta K1 se nejvíce svou hodnotou kontaktního napětí přibližovala ručnímu řešení. U ostatních variant vycházelo kontaktní napětí z výpočtového modelu značně menší.

V rámci hlavního cíle diplomové práce bylo vytvořeno celkem 12 různých materiálových modelů, ve kterých se měnily materiálové charakteristiky smrkového dřeva i oceli. Varianty řešení byly rozděleny do dvou skupin. První skupinu tvořily varianty V1 – V4, kde nebylo uvaženo plastické chování oceli a smrkového dřeva. Druhou skupinu představovaly varianty V5 – V12, které už plastické chování obou materiálů uvažovaly.

Výsledky získané z variant V1 – V4 nebyly tolik přesné, jak se očekávalo. Grafy závislosti posunu $u_{x,V1}$ až $u_{x,V4}$ na tahové síle F měly lineární průběhy. Toto lineární řešení by bylo vhodné pouze pro malá zatížení, přibližně do 25 % působící tahové síly F . U tenkých ocelových plechů s hřebíky vycházelo Misesovo napětí při plném zatížení větší než mez pevnosti oceli a pevnost v tahu hřebíků. Došlo by tedy k porušení ocelových součástí. Hodnoty normálových napětí ve směru působící síly vykazovaly větší hodnoty než je návrhová pevnost v otlacení, takže by nastalo porušení trhlinou v dřevěném tělese.

Z izotropních materiálových modelů V5 – V9 se z hlediska posunutí blíží fyzikálnímu experimentu varianty V8 a V9. Ostatní varianty z těchto materiálových modelů vykazovaly menší posun než fyzikální experiment [10]. U variant V5 – V9 dochází k ohybu hřebíků, avšak nedochází k jejich porušení. Hodnota návrhové pevnosti v otlacení byla nižší než normálové napětí $\sigma_{x,Vi}$. Z toho vyplývá, že by mohly ve dřevěném tělese vznikat trhliny (obr. 5.70).

Z variant V10 – V12 týkajících se ortotropního chování materiálu se nejvíce fyzikálnímu experimentu přibližovala varianta V12. Tato varianta se svým průběhem grafu závislosti posunu spoje $u_{x,P,V12}$ na tahové síle F a konečnou hodnotou posunutí spoje jevila ze všech dvanácti realizovaných variant jako nejvýstižnější. Podobně jako u variant V5 – V9 byla hodnota návrhové pevnosti v otlacení nižší než normálové napětí $\sigma_{x,Vi}$. V těchto případech řešení by mohly vznikat trhliny ve smrkovém dřevu. Porušení ocelových součástí spoje nenastalo, docházelo pouze k ohybu hřebíků.

Pro další pokračování numerického modelování by bylo vhodné se zabývat vadami vytvářenými růstem dřeva či výrobními imperfekcemi vznikající při výrobě spojů. Dále by bylo užitečné zjistit konkrétní materiálové charakteristiky použitého dřeva.

7. Použitá literatura

- [1] JIRÁSEK, M., ZEMAN, J. *Přetváření a porušování materiálů. Dotvarování, lom, plasticita a poškození*. Skripta. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2006. ISBN 80-01-03310-4.
- [2] KOŽELOUH, B. *Dřevěné konstrukce podle eurokódu 5, Step 1, Navrhování a konstrukční materiály*. 1995.
- [3] KUKLÍK, P. *Navrhování dřevěných konstrukcí*. Technická knižice autorizovaného inženýra a technika, Praha 1997, ISBN 80-86047-19-9.
- [4] POŽGAJ, A. a kolektiv. *Štuktúra a vlastnosti dreva*. Bratislava 1997.
- [5] SERVÍT, R. a kolektiv. *Teorie pružnosti a plasticity I, II*, SNTL/ALFA, Praha 1981, 1984.
- [6] SHIGLEY, J., E., MISCHKE, Ch., R., BUDYNAS, R., G. *Konstruování strojních součástí*. 1. vyd., Brno: VUTUM, 2010, ISBN 978-80-214-2629-0.
- [7] STRAKA, B. *Víceúčelová hala Bílovec*. Fotodokumentace.
- [8] ŠMÍŘÁK, S. *Pružnost a plasticita I*. VUT Brno 1999, ISBN 80-7204-468-0.
- [9] Theory reference. ANSYS 13.0.
- [10] VEJPUSTEK, Z. *Analýza spojů dřevěných konstrukcí s vkládanými styčnickými plechy*. Disertační práce, Vysoké učení technické v Brně, fakulta stavební. 2009.

Normy

- [11] ČSN EN 1995-1-1 *Navrhování dřevěných konstrukcí. Část 1-1: Obecná pravidla – Společná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. 2006.
- [12] ČSN EN 26891 *Dřevěné konstrukce. Spoje s mechanickými spojovacími prostředky. Všeobecné zásady pro zjišťování charakteristik únosnosti a přetvoření*. 1994.
- [13] ČSN EN 338 *Konstrukční dřevo – Třídy pevnosti*. 2010.

Internetové odkazy

- [14] http://www.337.vsb.cz/materialy/PodesvaJiri_Workbench.pdf
- [15] <http://www.asb-portal.cz/stavebnictvi/drevostavby/spoje-sikmych-strech>
- [16] <http://www.archiweb.cz/news.php?type=&action=show&id=10988&lang=en>

- [17] <http://www.archiweb.cz/news.php?action=show&id=5497&type=1>
- [18] http://www.ckait.cz/sites/default/files/EC5_Seminar_drevo_2.pdf
- [19] <http://www.drevoastavby.cz/cs/drevostavby-archiv/konstrukce-drevostaveb/2192-gang-nailr-rychlost-predevsim>
- [20] http://www.fce.vutbr.cz/KDK/pilgr.m/BO03/Hrebikove_spoje.pdf
- [21] http://www.holzbau-amann.de/p_sonderbauten.htm
- [22] <http://www.konstrukce.cz/clanek/drevene-zastreseni-centra-georges-pompidou-metz-bylo-pocitano-programy-firmy-dlubal/>
- [23] <http://www.obecbohdanec.cz/index.php?nid=805&lid=cs&oid=2217883>
- [24] http://www.psk.cz/data/shared/files/simpleitems/110/binary/rozhledna_bohdanka_1.cast.pdf
- [25] <http://www.strechyvavra.cz/fotoalbum/rozmanitost-a-architektura-strech/01-eurostav-historicke-krovy-slovensko.-.html>
- [26] <http://www.strechy92.cz/soubor.php?id=15>
- [27] http://www.tfdesign.cz/index.php/konstrukce/spojovaci_prostredky
- [28] http://fast10.vsb.cz/odk/prednasdk/ODPK_AL_01.pdf
- [29] http://fast10.vsb.cz/odk/prednasdk/ODPK_AL_04.pdf
- [30] <https://mech.fsv.cvut.cz/homeworks/student/PPMA/ppma-8.pdf>
- [31] <http://lesychrudim.cz/rozhledna-bara-ii/o-rozhledne/>
- [32] http://uprav.ff.cuni.cz/?q=system/files/Stavitelstvi-4-steny_2013.pdf

8. Seznam symbolů

a	délka hrany krychle, poloměr kruhové kontaktní plochy	[m]
a_1	rozteč rovnoběžně s vlákny mezi spojovacími prostředky v jedné řadě	[m]
a_2	rozteč kolmo k vláknům mezi řadami spojovacích prostředků	[m]
$a_{3,c}$	vzdálenost mezi spojovacím prostředkem a zatíženým koncem	[m]
$a_{3,t}$	vzdálenost mezi spojovacím prostředkem a zatíženým koncem	[m]
$a_{4,c}$	vzdálenost mezi spojovacím prostředkem a nezatíženým okrajem	[m]
$a_{4,t}$	vzdálenost mezi spojovacím prostředkem a zatíženým okrajem	[m]
b	poloviční šířka obdélníkové kontaktní plochy	[m]
d	průměr spojovacího prostředku	[m]
d_1	průměr vnějšího válce	[m]
d_2	průměr vnitřního válce	[m]
E	modul pružnosti v tahu a tlaku	[Pa]
F	tahová síla	[N]
$F_{ax,Rk}$	charakteristická osová únosnost na vytažení spojovacího prostředku	[N]
F_{max}	maximální hodnota zatížení	[N]
F_{ser}	provozní zatížení	[N]
$F_{v,Rk}$	charakteristická únosnost jednoho stříhu jednoho spojovacího prostředku	[N]
f	součinitel tření	[-]
f_{hk}	charakteristická pevnost v otláčení	[N]
f_y	mez kluzu	[Pa]
G	modul pružnosti ve smyku	[Pa]
H	modul zpevnění	[Pa]
K_{def}	součinitel dotvarování	[-]
K_{ser}	modul prokluzu	[Nm]

k	vektor parametrů materiálu	[-]
L_0	délka v počátečním nezatíženém stavu	[m]
L_p	délka po odtížení	[m]
l	původní délka	[m]
$M_{y,k}$	charakteristický plastický moment únosnosti spojovacího prostředku	[Nm]
p_{Ki}	kontaktní napětí modelu	[Pa]
p_{\max}	maximální Hertzovo kontaktní napětí	[Pa]
p	rovnoměrné zatížení	[Nm ⁻²]
t_1	tloušťka dřeva na straně hlavy hřebíku	[m]
t_2	hloubka zaražení konce hřebíku	[m]
u_{\exp}	posun spoje u experimentu	[m]
u_{\max}	maximální posun spoje	[m]
$u_{x,P,Vi}$	posun spoje v bodě P	[m]
$u_{x,Vi}$	posun dřevěného tělesa od příslušné varianty řešení	[m]
α	úhel mezi směrem zatížení a zatíženým okrajem (koncem)	[°]
β	poměr mezi pevnostmi v otlacení prvků	[-]
γ	zkosení (deformace způsobená smykovým napětím)	[-]
Δl	změna délky	[m]
ε	deformace	[-]
ε_e	pružná deformace	[-]
ε_p	plastická deformace	[-]
ν	Poissonův součinitel	[-]
π	Ludolfovo číslo	[-]
ρ	charakteristická hustota	[kgm ⁻³]
σ	normálové napětí	[Pa]
$\sigma_{x,Vi}$	normálové napětí od příslušné varianty řešení	[Pa]
σ_b	zpětné napětí	[Pa]
σ_m	mezní napětí	[Pa]
σ_{Mises}	Misesovo napětí	[Pa]
σ_{red}	redukované (srovnávací) napětí	[Pa]
τ	smykové napětí	[Pa]